

# **Гидрогазодинамика**

*Краткий курс*

*К.т.н. Килина Мария Степановна*

Ростов-на-Дону

2021

# *Гидрогазодинамика*

## ВВЕДЕНИЕ

- 1 Свойства жидкостей
- 2 Гидростатика
  - 2.1. Законы гидростатики
  - 2.2. Дифференциальные уравнения равновесия идеальной жидкости (уравнения Эйлера)
  - 2.3. Силы гидростатического давления, действующего на стенку
  - 2.4. Графоаналитический способ определения давления
  - 2.5. Графоаналитический способ определения давления
  - 2.6. Относительный и абсолютный покой жидкости.
    - 2.6.1. Абсолютный покой жидкости
    - 2.6.2. Относительный покой (равновесие) жидких сред.
  - 2.7. Закон Архимеда
  - 2.8. Закон Паскаля
3. Кинематика и динамика жидкости
  - 3.1. Основные понятия кинематики жидкости.
  - 3.2. Уравнение Бернулли
    - 3.2.1. Уравнение Бернулли для струйки идеальной жидкости
    - 3.2.2. Уравнение Бернулли для реальной жидкости
    - 3.2.3. Примеры использования в технике уравнения Бернулли для идеальной жидкости
  - 3.3. Режимы течения жидкости.
  - 3.4. Гидравлические сопротивления.
    - 3.4.1. Понятие о гидравлически гладких и шероховатых трубах
    - 3.4.2. Линейные потери напора.
    - 3.4.3. Местные сопротивления.
  - 3.5. Основы расчетов трубопроводов.
    - 3.5.1. Общая характеристика трубопроводов.
    - 3.5.2. Простой трубопровод постоянного сечения
    - 3.5.3. Последовательное соединение простых трубопроводов.
    - 3.5.4. Параллельное соединение трубопроводов
    - 3.5.5. Разветвленный трубопровод
    - 3.5.6. Сложный трубопровод с раздачей жидкости ответвлениями
  - 3.6. Неустановившееся течение жидкости.
    - 3.6.1. Неустановившееся движение жидкости в трубах
    - 3.6.2. Общие сведения и описание гидравлического удара в трубах
  - 3.7. Истечение жидкости. Опорожнение резервуаров

- 3.7.1. Истечение жидкости из отверстий и насадков.
  - 3.7.2. Истечения через отверстия и насадки при переменном напоре (опорожнение сосудов)
  - 4. Газодинамика
    - 4.1. Основные свойства газов.
    - 4.2. Течение газов.
    - 4.3. Изменение параметров потока вдоль сопла Лаваля
- Список используемой литературы

## ВВЕДЕНИЕ

Наука гидрогазодинамика рассматривает основные законы движения жидкостей и газов, вызванных действием различных внешних сил, является одним из разделов науки физики. Гидрогазодинамика состоит из нескольких частей: гидродинамики, гидростатики, а так же раздел газодинамики, которые можно рассматривать без учета влияния сжимаемости газа. Раздел гидростатика изучает газы и жидкости в состоянии покоя, раздел кинематика рассматривает движение жидкостей и газов с учетом движения без учета сил вызвавших это движение. Часто гидрогазодинамику рассматривают как механику жидкости.

Методы и законы гидрогазодинамики применяют для проведения инженерных расчетов гидравлических трубопроводов, резервуаров и т.д. Понятия и законы, рассмотренные в курсе Гидрогазодинамики, являются базовыми для дальнейшего изучения таких дисциплин как, теплотехника, гидравлика и т.д., а также основ расчета различных теплоэнергетических и теплотехнических установок применяемых как в общем машиностроении, так и для систем пожаротушения.

### 1. Свойства жидкостей.

Жидкостью (в курсе гидрогазодинамика рассматриваются капельные жидкости, в дальнейшем под «жидкостью» будем понимать именно капельную жидкость) называется физическое тело, обладающее двумя отличительными особенностями: незначительным изменением своего объема под действием больших внешних сил и текучестью, то есть изменением своей формы под действием даже незначительных внешних сил.

Одной из основных механических характеристик жидкости является плотность.

Плотностью  $\rho$  (кг/м<sup>3</sup>) называется масса единицы объема жидкости:

$$\rho = m/W \quad (1.1)$$

где  $m$  - масса жидкого тела, кг;  $W$  - объем, м<sup>3</sup>.

Плотность жидкостей уменьшается с увеличением температуры. Исключение представляет вода в диапазоне температур от 0 до 4°С, когда ее плотность увеличивается, достигая наибольшего значения при температуре 4°С  $\rho = 1000$  кг/м<sup>3</sup>.

Удельным весом  $\gamma$  (Н/м<sup>3</sup>) жидкости называется вес единицы объема этой жидкости:

$$\gamma = G/W, \quad (1.2)$$

где  $G$  - вес жидкого тела, Н;  $W$  - объем, м<sup>3</sup>.

Для воды при температуре 4°C  $\gamma = 9810$  Н/м<sup>3</sup>.

Между плотностью и удельным весом существует связь:

$$\gamma = \rho g, \quad (1.3)$$

где  $g$  - ускорение свободного падения, равное 9,81 м/с<sup>2</sup>.

Сопротивление жидкостей изменению своего объема под действием давления и температуры характеризуется коэффициентами объемного сжатия и температурного расширения.

Коэффициент объемного сжатия  $\beta_w$  (Па<sup>-1</sup> - это относительное изменение объема жидкости при изменении давления на единицу:

$$\beta_w = -\Delta W / W \Delta p = \Delta \rho / \rho \Delta p, \quad (1.4)$$

где  $\Delta W$  - изменение объема  $W$ ;  $\Delta p$  - изменение плотности  $\rho$ , соответствующие изменению давления на величину  $\Delta p$ .

Величина, обратная коэффициенту объемного сжатия, называется модулем упругости жидкостей  $E_{ж}$  (Па)

$$E_{ж} = 1 / \beta_w. \quad (1.5)$$

Значение модуля упругости жидкостей зависит от давления и температуры.

Коэффициент температурного расширения  $\beta_t$  (°C)<sup>-1</sup>, выражает относительное изменение объема жидкости при изменении температуры на один градус:

$$\beta_t = \Delta W / W \Delta t, \quad (1.6)$$

где  $\Delta W$  - изменение объема  $W$ , соответствующее изменению температуры на величину  $\Delta t$ .

Коэффициент температурного расширения воды увеличивается с возрастанием температуры и давления; для большинства других капельных жидкостей  $\beta_t$  с увеличением давления уменьшается.

Вязкостью называется свойство жидкости оказывать сопротивление перемещению одной части жидкости относительно другой. Вязкость проявляется только при движении жидкости и сказывается на распределении скоростей по живому сечению потока (рис. 1.1).

Согласно гипотезе Ньютона сила внутреннего трения  $F$  в жидкостях пропорциональна градиенту изменения скорости, площади соприкосновения слоев  $S$ , зависит от рода жидкости и очень незначительно зависит от давления.

$$F = \mu S \frac{du}{dy} \quad (1.7)$$

где  $S$  - площадь соприкасающихся слоев, м<sup>2</sup>;  $du$  - скорость смещения

слоя "b" относительно слоя "a", м/с;  $dy$  - расстояние, на котором скорость движения слоев изменилась на  $du$ , м;  $du/dy$ - градиент скорости, изменение скорости по нормали к направлению движения (с-1);  $\mu$  - коэффициент динамической вязкости (Па·с).

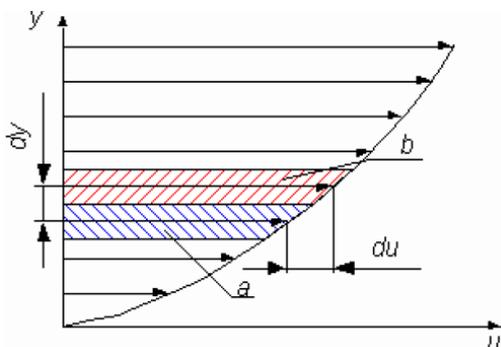


Рис.1.1. Распределение скоростей по живому сечению

Если силу трения  $F$  отнести к единице площади соприкасающихся слоев, то получим величину касательного напряжения  $\tau$

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \quad (1.8)$$

При градиенте скорости, равном 1;  $\mu = \tau$  и выражает силу внутреннего трения, приходящуюся на единицу площади поверхности соприкасающихся слоев жидкости.

В практике для характеристики вязкости жидкости чаще применяют не коэффициент динамической вязкости, а коэффициент кинематической вязкости  $\nu$  (ню) (м<sup>2</sup>/с). Коэффициентом кинематической вязкости называется отношение коэффициента динамической вязкости к плотности жидкости:

$$\nu = \mu/\rho \quad (1.9)$$

Вязкость жидкости зависит от рода жидкости, от температуры и от давления.

Силы, действующие на жидкость можно разделить на две группы: внутренние и внешние.

Внутренние силы - силы взаимодействия между частицами жидкости.

Внешние силы – силы, приложенные к частицам рассматриваемого объёма со стороны других тел.

Внешние силы, в свою очередь, делятся на массовые и поверхностные.

Поверхностные силы приложены к отдельным частицам, находящимся на поверхности раздела. Пропорциональны площади поверхности, на которую действуют. Передаются от частицы к частице без изменения. Например, атмосферное давление, действующее на свободную поверхность, а также силы трения.

Массовые силы - эти силы действуют на все частицы, рассматриваемого объёма, величина сил пропорциональна массе этих частиц. Передаются от частицы к частице, суммируясь. Массовые силы в соответствии со вторым законом Ньютона пропорциональны массе жидкости или, для однородной жидкости — ее объёму. К ним относятся сила тяжести и сила инерции переносного движения, действующая на жидкость при относительном ее

покое в ускоренно движущихся сосудах или при относительном движении жидкости в руслах, перемещающихся с ускорением.

## 2. Гидростатика.

Гидростатикой называется раздел гидравлики, в котором рассматриваются законы равновесия жидкости и их практическое применение. Гидростатика изучает законы давления на плоскость и криволинейные поверхности, а также законы равновесия плавающих тел.

### 2.1. Законы гидростатики

В покоящейся жидкости всегда присутствует сила давления, которая называется гидростатическим давлением.

Гидростатическое давление - это сжимающее напряжение, которое возникает в жидкости находящейся в состоянии относительного покоя.

Жидкость оказывает давление на дно и стенки сосуда, в котором она находится, и на поверхность любого погруженного в нее тела.

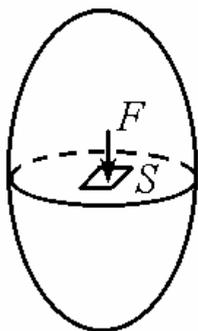


Рис. 2.1. Ограниченный объем жидкости

Рассмотрим некоторую элементарную площадку  $S$  внутри объема покоящейся жидкости (рис. 2.1). Независимо от положения площадки в данной точке объема жидкость будет давить на нее с некоторой силой, равной  $F$  и направленной по нормали к площадке, на которую она действует. Ее называют силой гидростатического давления. Отношение  $F/S$  представляет собой среднее гидростатическое давление, а предел этого отношения при  $S \rightarrow 0$  носит название гидростатического давления в точке, или просто давления:

$$p = \lim_{S \rightarrow 0} F/S \quad (2.1)$$

где  $p$  – гидростатическое давление, Н/м<sup>2</sup>;  $F$  – сила гидростатического давления, Н;  $S$  – элементарная площадка, м<sup>2</sup>

Связь между различными единицами измерения давления представляется следующим образом:

- атмосфера физическая 1 атм = 760 мм рт.ст. = 10,33 м вод.ст. = 1,033 кгс/см<sup>2</sup> = 101337 Н/м<sup>2</sup>;

- атмосфера техническая 1 ат = 735,6 мм.рт.ст. = 10 м вод.ст. = 1 кгс/см<sup>2</sup> = 98100 Н/м<sup>2</sup>

- 1 мм.рт.ст = 133,3 Па (Н/м<sup>2</sup>)

#### Свойства гидростатического давления

*Первое свойство:* гидростатическое давление направлено всегда по

внутренней нормали к площадке, на которую это давление действует (рис.2.1). Иначе эту силу можно было бы разложить на нормальную и параллельную плоскости площадки составляющие, и параллельная составляющая вызвала бы перемещение слоев жидкости, что невозможно, так как по условию жидкость находится в покое. Гидростатическое давление действует нормально к площадке действия и является сжимающим, т.е. оно направленно внутрь того объема жидкости, который рассматривается.

*Второе свойство:* давление в любой точке жидкости одинаково по всем направлениям, поскольку в противном случае также происходило бы перемещение жидкости внутри занимаемого ею объема. Гидростатическое давление в любой точке не зависит от направления.

*Третье свойство:* гидростатическое давление в точке зависит от координат. В жидкости, находящейся только под действием сил тяжести, – от глубины её погружения в жидкость. Гидростатическое давление есть функция координат.

## 2.2. Дифференциальные уравнения равновесия идеальной жидкости (уравнения Эйлера)

Рассмотрим равновесие жидкости. В объеме жидкости произвольно выберем систему координат. Система координат совпадает с ребрами  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$  элементарного параллелепипеда. Внутри параллелепипеда выберем произвольную точку А.

Рассмотрим силы, действующие на этот параллелепипед.

1. Массовые силы
2. Поверхностные силы

Составим уравнения проекций этих сил на координатные оси.

Ограничимся подробным рассмотрением уравнения проекций на ось X.

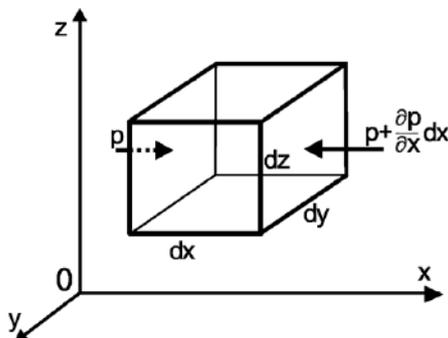


Рис.2.2. Элементарный параллелепипед

Давление зависит от координат, поэтому на параллельных гранях (рис. 2.2) параллелепипеда оно различно. При переходе от одной грани к другой параллельной изменилась только одна координата  $x$  (на величину  $dx$ ), и давление изменилось от значения  $p$  до  $p + (\partial p / \partial x) dx$ , где  $\partial p / \partial x$  частный дифференциал давления, взятый по координате X. Таким образом, на левую грань действует сила

$$dF_x = p dy dz, \text{ а на правую } dF'_x = [p + (\partial p / \partial x) dx] dy dz$$

Найдем проекцию массовых сил  $dG$  на ось X. Она равна произведению

элементарной массы  $dm = \rho dx dy dz$  на проекцию ускорения  $X$  этих сил на ту же ось, т.е.  $dG_x = \rho dx dy dz X$ . Просуммировав и приравняв к нулю проекции всех сил, получим первое уравнение равновесия:

$$dF_x - dF'_x + dG_x = \rho dy dz - \left[ p + \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right) dx \right] dy dz + \rho dx dy dz X = 0$$

Разделив на  $\rho dx dy dz$  (т.е. отнесли к единице массы), получим:

$$-\left( \frac{1}{\rho} \right) \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right) + X = 0 \text{ или } \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right) = \rho X$$

Аналогичные уравнения получим для проекций на оси  $Y$  и  $Z$ .

Тогда

$$\begin{cases} -\partial p / \partial x + \rho X = 0 \\ -\partial p / \partial y + \rho Y = 0 \\ -\partial p / \partial z + \rho Z = 0 \end{cases} \quad (2.2)$$

Это и есть дифференциальные уравнения равновесия идеальной жидкости, которые выражают в дифференциальной форме закон распределения давления. Они выведены Л. Эйлером в 1775 году.

Для дальнейшего исследования преобразуем систему дифференциальных уравнений (2.2). Умножив каждое из уравнений соответственно на  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$  и сложив систему уравнений, получим:

$$\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial p}{\partial z} = \rho (X dx + Y dy + Z dz) \quad (2.3)$$

Т.к. гидростатическое давление является функцией только координат точки  $p = f(x, y, z)$ , то левая часть уравнения представляет собой полный дифференциал давления  $dp$ . Следовательно,  $dp = \rho (X dx + Y dy + Z dz)$ . Т.к.  $\rho = \text{const}$ , то последнее уравнение может иметь смысл только в том случае, если выражение в скобках также является полным дифференциалом. Для этого необходимо, чтобы существовала такая функция  $U = f(x, y, z)$ , частные производные которой по  $x$ ,  $y$ ,  $z$  были бы соответственно равны  $\partial U / \partial x = X$ ;  $\partial U / \partial y = Y$ ;  $\partial U / \partial z = Z$ . Такая функция называется потенциальной, а силы, которые этой функцией выражаются, силами, имеющими потенциал (например, силы тяжести):

$$dp = \rho \left( \frac{\partial U}{\partial x} dx + \frac{\partial U}{\partial y} dy + \frac{\partial U}{\partial z} dz \right) \text{ или } dp = \rho dU.$$

Рассмотрим частный случай равновесия жидкости, находящейся под действием только сил тяжести. Проведем оси координат по поверхности жидкости. В этом случае проекции сил на оси будут равны:

$$X = \frac{\partial U}{\partial x} = 0; Y = \frac{\partial U}{\partial y} = 0; Z = \frac{\partial U}{\partial z} = -g, X=0, Y=0, Z=-g$$

После всех преобразований получим:

$$p_1 = p_0 + \rho g h \quad (2.4)$$

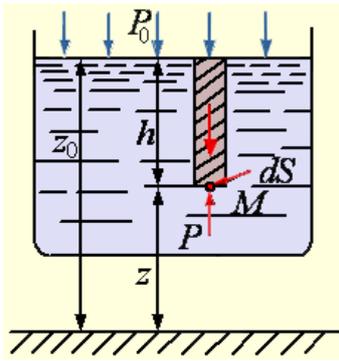


Рис.2.3. Силы гидростатического давления в точке А

где  $p_1$  – абсолютное давление, Па;  $p_0$  – давление на свободную поверхность, Па;  $\rho$  – плотность, кг/м<sup>3</sup>;  $g$  – ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>;  $h$  – глубина погружения, м.

Данное уравнение является фундаментальным и называется *основным уравнением гидростатики* и показывает, что гидростатическое давление в любой точке покоящейся капельной жидкости изменяется в зависимости только от вертикальной координаты этой точки.

Величина  $p_1$  в (2.4) называется абсолютным гидростатическим давлением в точке А. Оно равно абсолютному давлению на свободной поверхности  $p_0$  плюс гидростатическое (или весовое) давление  $\rho gh$ , обусловленное весом самой жидкости.

Разность между абсолютным и атмосферным давлением называется **избыточным** (манометрическим) давлением.

$$P_{\text{изб}} = P_{\text{абс}} - P_{\text{ат}} \quad (2.5)$$

Если давление меньше атмосферного, то недостаток давления до атмосферного называют давлением **вакуума**.

$$P_{\text{взак}} = P_{\text{ат}} + P_{\text{абс}} \quad (2.6)$$

### 2.3. Силы гидростатического давления, действующего на стенку

Для нахождения полной силы гидростатического давления жидкости на наклонную стенку находящуюся относительно горизонта под углом  $\alpha$  используем основное уравнение гидростатики (2.4). Сила давления  $P$  действующая со стороны жидкости на некоторую площадь стенки  $\omega$ . Элементарная сила давления приложенная к бесконечно малой площади стенки  $d\omega$ :

$$dp = p d\omega = (p_0 + h\rho g) d\omega = p_0 d\omega + h\rho g d\omega;$$

$$h = x \sin \alpha;$$

$$dp = p_0 d\omega + y \sin \alpha \rho g d\omega;$$

где  $p_0$  – давление на свободную поверхность;  $h$  – глубина расположения площадки  $d\omega$ .

Для определения полной силы давления  $p$  проинтегрируем уравнение по всей площади  $\omega$ :

$$p = p_0 \omega + \rho g \sin \alpha \int y dy;$$

$$p = p_0 \omega + \rho g h_c \omega;$$

$$p = (p_0 + \rho g h_c) \omega = (p_0 + h_c \gamma) \omega;$$

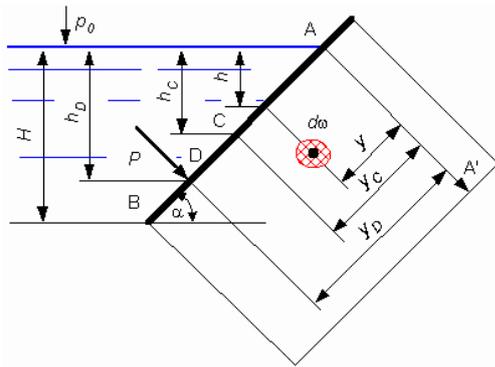


Рис.2.4. Силы гидростатического давления действующего на наклонную стенку

т.к. избыточное давление зависит от глубины погружения. Проведем преобразования.

Искомая сила  $P_A$  является геометрической суммой сил  $P_{атм}$  и  $P$ .

Сумма моментов составляющих сил равна моменту равнодействующей силы:

$$\begin{aligned}
 p y_D &= \gamma h_c \omega y_D = \gamma \sin \alpha y_c \omega y_D; \\
 \int y dP &= \int y \gamma h d\omega = \gamma \sin \alpha \int_{\omega} y^2 d\omega = \gamma \sin \alpha I_x; \\
 Y_D &= \frac{\gamma \sin \alpha I_x}{\gamma \sin \alpha y_c \omega} = \frac{I_x}{y_c \omega} = \frac{I_c + y_c^2 \omega}{y_c \omega} = y_c + \frac{I_c}{y_c \omega}; \\
 h_D &= h_c + \frac{I_c}{h_c \omega} \sin^2 \alpha \quad (2.7)
 \end{aligned}$$

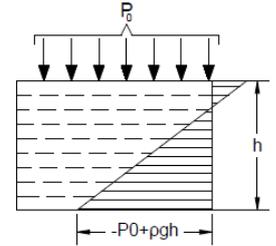
## 2.4.Графоаналитический способ определения давления

Для всех эпюр  $h$  – высота столба жидкости.

Сила давления равна объему эпюры давления. Сила проходит через центр тяжести эпюры давления.

Таблица 2.1	
<p>При давлении на свободную поверхность жидкости <math>p_0 = p_{атм}</math> эпюра распределения гидростатического давления будет иметь следующий вид:</p>	
<p>При давлении на свободную поверхность жидкости <math>p_0 &gt; p_{атм}</math> эпюра распределения гидростатического давления будет иметь следующий вид:</p>	

При давлении на свободную поверхность жидкости  $P_0 < P_{атм}$  эпюра распределения гидростатического давления будет иметь следующий вид:



## 2.5. Относительный и абсолютный покой жидкости.

### 2.5.1. Абсолютный покой жидкости

Дифференциальные уравнения равновесия жидкости впервые опубликованы Эйлером в 1755 году и выведены для общего случая, когда на жидкость действуют не только сила тяжести, но и другие массовые силы, например, силы инерции переносного движения при относительном покое, а так же сила давления.

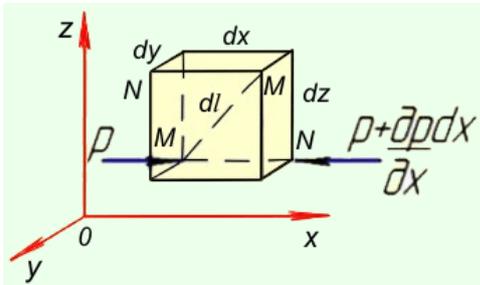


Рис.2.5. Схема для вывода дифференциальных уравнений равновесия жидкости

В неподвижной жидкости возьмем произвольную точку M с координатами x, y, z и давлением P (рис.2.5). Систему координат будем считать жестко связанной с емкостью с рассматриваемой жидкостью. Выбрав элементарный объем жидкости и заключим его в параллелепипед с ребрами параллельными осям координат и соответственно равными dx, dz, dy.

Выбранная точка M будет являться вершиной этого параллелепипеда.

Жидкость внутри параллелепипеда находится в состоянии покоя, т.е. внутри выбранного объема на жидкость действует массовая сила, составляющие которой, отнесены к единице массы, равны X, Y, Z, умноженным на массу выделенного объема жидкости.

Давление p есть функция координат x, y, z, но вблизи точки M по всем граням параллелепипеда оно одинаково, что следует из свойств гидростатического давления. При переходе от точки M к точке N изменяется, в связи с чем функция p получает приращение, равное частному дифференциалу  $(\partial p / \partial x) dx$ .

Следовательно, давление в точке N выделенного объема будет равно  $p + \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right) dx$ , где  $\partial p / \partial x$  - градиент давления, который показывает величину изменения давления вблизи точки M в направлении оси x, приходящуюся на единицу длины dx.

Для выражения сил давления действующих в выбранном

параллелепипеде в направлениях других осей поступаем аналогично. Уравнение равновесия для трех координатных осей имеет следующий вид:

$$\begin{cases} X\rho dx dy dz - \frac{\partial p}{\partial x} dx dy dz = 0 \\ Y\rho dx dy dz - \frac{\partial p}{\partial y} dx dy dz = 0 \\ Z\rho dx dy dz - \frac{\partial p}{\partial z} dx dy dz = 0 \end{cases} \quad (2.8)$$

Разделим уравнения на массу выделенного объема жидкости  $\rho dx dy dz$  и перейдем к пределу, при  $dx, dy, dz$  стремящихся к нулю. Получим систему уравнений равновесия жидкости – дифференциальное уравнение Эйлера (2.9):

$$\begin{cases} X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \\ Y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \\ Z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \end{cases} \quad (2.9)$$

Где  $x, y, z$  – ускорение от равнодействующей массовой силы;  $\frac{\partial p}{\rho \partial y}$ ;  $\frac{\partial p}{\rho \partial z}$ ;  $\frac{\partial p}{\rho \partial x}$  – ускорение от сил давления в направлении координатных осей.

Для практического применения систему дифференциальных уравнений преобразуют в эквивалентное уравнение:

$$Xdx + Ydy + Zdz - \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz \right) = 0$$

Выражение в скобках является полным дифференциалом давления  $dp$ , поэтому можем представить уравнение в виде:

$$dp = \rho(Xdx + Ydy + Zdz) \quad (2.10)$$

Уравнение (2.10) называется основным дифференциальным уравнением гидростатики или приведенное уравнение Эйлера.

### 2.5.2. Относительный покой (равновесие) жидких сред.

Если емкость с жидкостью находится в неравномерном или непрямолинейном движении, то на частицы жидкости кроме силы тяжести действуют еще силы инерции, причем если они постоянны по времени, то жидкость принимает новое положение равновесия, при котором свободная поверхность перестает быть горизонтальной. Такое равновесие жидкости называют относительным покоем.

Рассмотрим два характерных случая относительного покоя жидкости:

1. в емкости, движущейся прямолинейно и равноускорено;
2. в емкости, вращающейся вокруг вертикальной оси с постоянной угловой скоростью.

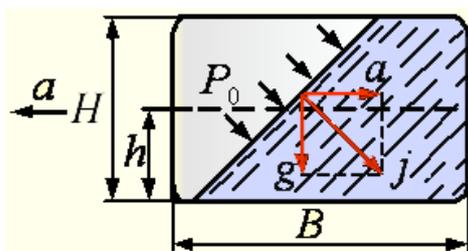


Рис.2.6. Силы, действующие на жидкость при относительном покое, и свободная поверхность при прямолинейном равноускоренном движении емкости

При движении емкости прямолинейно (рис. 2.6) с постоянным ускорением  $a$  на жидкость действуют: сила тяжести  $mg$ , направленная по вертикали вниз, и сила инерции  $ma$ , направленная в сторону, обратную ускорению  $a$ . Результирующую массовую силу  $F = mj$  определяют суммированием векторов силы тяжести и силы инерции, а угол наклона свободной

поверхности к горизонту находят из условия ее перпендикулярности к силе  $F$ . На рисунке 2.6 буквами обозначены векторы соответствующих единичных массовых сил, то есть сил, отнесенных к единице массы.

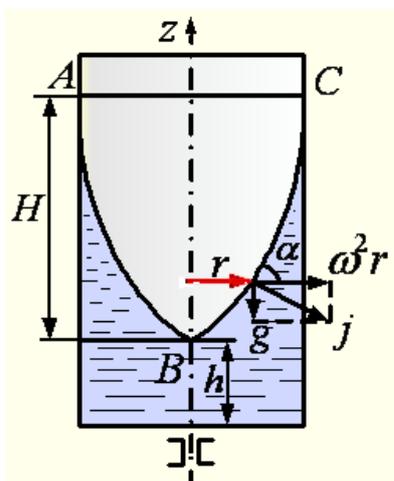


Рис.2.7. Свободная поверхность жидкости, находящейся в относительном покое во вращающейся вокруг вертикальной оси с постоянной угловой скоростью открытой ёмкости

При вращении емкости вокруг вертикальной оси с постоянной угловой скоростью  $\omega$  (рис. 2.7) на жидкость действуют две массовые силы - сила тяжести и центробежная сила, которые, будучи отнесенными к единице массы, соответственно равны  $g$  и  $\omega^2 r$ . Результирующая массовая сила  $j$  увеличивается с увеличением радиуса  $r$ , а угол наклона ее к горизонту уменьшается. Под действием последней свободная поверхность жидкости приобретает вид параболоида вращения с вертикальной осью, совпадающей с осью емкости, а линия пересечения свободной поверхности с любой вертикальной плоскостью, проведенной через ось вращения, будет являться параболой ABC, высота  $H$  которой определяется по формуле:

$$H = \frac{\omega^2 r^2}{2g} \quad (2.11)$$

Наглядным примером использования относительного покоя жидкости в технике могут служить установки для центробежного литья деталей и заготовок, имеющих формы тел вращения, из различных материалов. В этих установках расплавленный (жидкий) материал заливается в форму, которую приводят во вращения вокруг вертикальной или горизонтальной оси. Под действием центробежной силы материал принимает заданное положение равновесия, обычно равномерно распределяясь по стенкам формы

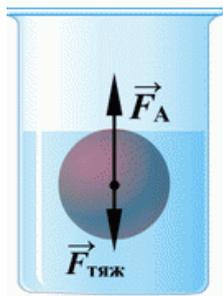
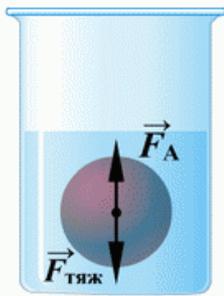
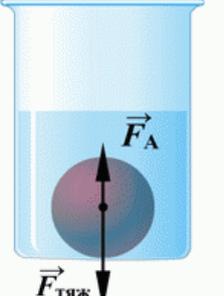
## 2.6. Закон Архимеда

Закон Архимеда имеет следующую формулировку: на тело, погруженное в жидкость, действует выталкивающая сила равная весу вытесненного объема жидкости.

Сила, приложенная в точке, называется центром водоизмещения – центр тяжести вытесняемого объема жидкости.

Водоизмещение бывает массовым и объемным. Вытесненный телом объем жидкости, не зависящий от массы – называется объемным водоизмещением. Массовое водоизмещение – вес жидкости, вытесненный телом, не зависящий от его объема.

Плаваемость (Таблица 2.2) – способность тела плавать в полупогруженном состоянии.

Таблица 2.2		
Тело всплывает	Тело плавает	Тело тонет
$F_A > F_{\text{тяж}}$ 	$F_A = F_{\text{тяж}}$ 	$F_A < F_{\text{тяж}}$ 
<p>Если сила тяжести <math>F_{\text{тяж}}</math> меньше архимедовой силы <math>F_A</math>, то тело будет подниматься из жидкости, всплывать.</p> <p>В этом случае плотность плавающего тела меньше плотности жидкости.</p>	<p>Если сила тяжести <math>F_{\text{тяж}}</math> равна архимедовой силы <math>F_A</math>, то тело будет находится в равновесии в любом месте жидкости.</p> <p>В этом случае плотность плавающего тела равна плотности жидкости.</p>	<p>Если сила тяжести <math>F_{\text{тяж}}</math> больше архимедовой силы <math>F_A</math>, то тело будет опускаться на дно.</p> <p>В этом случае плотность плавающего тела больше плотности жидкости.</p>

## 2.7. Закон Паскаля

Величина  $p_0$  является одинаковой для всех точек объема жидкости, поэтому, учитывая второе свойство гидростатического давления, можно утверждать, что давление, приложенное к внешней поверхности жидкости, передается всем точкам этой жидкости и по всем направлениям одинаково. Это положение известно под названием закон Паскаля.

Таким образом, закон Паскаля является следствием основного уравнения гидростатики.

Способность жидкости передавать давление и незначительная сжимаемость жидкости определяют принцип действия объемного

гидропривода.

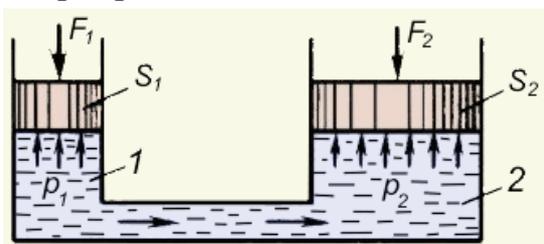


Рис. 2.8. Схема простейшего объемного гидравлического привода

Примером использования закона Паскаля может служить расчет гидравлического пресса, который представляет собой простейший объемный гидропривод, в котором цилиндр с поршнем площадью  $S_1$  является насосом, а цилиндр с поршнем

площадью  $S_2$  - гидравлическим двигателем (рис. 2.8).

По закону Паскаля давление жидкости под левым поршнем  $p_1 = F_1/S_1$  равно давлению под правым поршнем  $p_2 = F_2/S_2$ , следовательно  $F_1/S_1 = F_2/S_2$ , откуда усилие  $F_2$  на правом поршне пресса равно  $F_2 = F_1 S_2/S_1$ , или с учетом потерь  $F_2 = F_1 \eta S_2/S_1$ , где  $\eta$  - КПД пресса, учитывающий действие силы трения в уплотнениях поршней при их перемещении, потерю давления в гидравлической линии, соединяющей поршни пресса, и другие.

### 3. Кинематика и динамика жидкости

Кинематика жидкости – раздел гидромеханики, в котором рассматриваются свойства потоков жидкости с геометрической точки зрения, т.е. без учета причин вызвавших это движение. Поэтому выводы кинематики справедливы для любой жидкости (реальной и идеальной).

#### 3.1. Основные понятия кинематики жидкости.

В зависимости от изменения основных параметров давления  $p$  и скорости  $U$  различают два вида движения жидкости: установившееся и неустановившееся. Данная классификация по временному признаку, т.е. изменение скорости  $U$  и давления  $p$  являются функциями от времени  $t$ .

Неустановившееся – самый общий случай движения, Давление  $p$  и скорость  $U$  зависят от координат и времени.

$$p = f(x, y, z, t); U = g(x, y, z, t) \quad (3.1)$$

Примерами неустановившегося движения могут быть – разгон или торможение жидкости в трубах при включении (выключении) насосов, истечение воды при опорожнении резервуара через отверстие и т. п.

Установившемся, называется движение жидкости неизменное по времени:

$$p = f_1(x, y, z); U = f_2(x, y, z) \quad (3.2)$$

$$\text{Или } dp/dt = 0; dU/dt = 0$$

Установившееся движение может быть как равномерным, так и

неравномерным.

Равномерное движение – это движение, при котором скорость каждой частицы не изменяется с изменением координат.

Неравномерное движение – это такое движение, при котором все характеристики изменяются по времени в различных точках пространства.

Чаще всего рассматривают установившееся потоки жидкости.

Напорным называется такое движение, при котором поток со всех сторон ограничен твердыми, жесткими направляющими стенками. Обычно это – движение жидкости в трубах при полном их заполнении (водопроводы, нефтепроводы). Такое движение происходит за счет избыточного давления, создаваемого насосом или водонапорным баком.

Движение, при котором поток лишь частично ограничен твердыми стенками и имеет свободную поверхность, называется безнапорным. Например, течение в реках, водосливных лотках, канализационных трубах. Давление на свободной поверхности обычно равно атмосферному. Движение в таких потоках происходит за счет геометрического уклона русла, т. е. под действием силы тяжести.

Введем еще некоторые определения.

Совокупность или геометрическое место точек, через которые последовательно проходит жидкая частица при своем движении, называется траекторией частицы.

При установившемся движении траектории частиц жидкости являются неизменными во времени.

При неустановившемся течении траектории различных частиц, проходящих через данную точку пространства, могут иметь разную форму.

Линия тока – это линия, касательная к которой в любой точке совпадает с направлением вектора скорости частиц жидкости в данный момент времени (рис. 3.1).

При установившемся течении линия тока совпадает с траекторией частицы жидкости и не меняет своей формы во времени.

Если в движущейся жидкости взять малый замкнутый контур и через все его точки провести линии тока, то образуется трубчатая поверхность, называемая трубкой тока. Если уменьшать размеры замкнутого контура, то часть потока, заключенная внутри трубки тока станет элементарной струйкой, т. е. такой струйкой, в поперечном сечении которой скорости можно считать одинаковыми – рис. 3.2.

При установившемся движении:

- элементарная струйка не меняет своей формы и ориентации в пространстве;

- нормальные составляющие скорости на линии тока равны нулю, следовательно, перетекания жидкости через боковую поверхность данной струйки нет, и трубку тока можно рассматривать как жесткую трубку с непроницаемыми стенками;

- нормальные сечения струйки  $dS_1$ ,  $dS_2$  (рис. 3.2) малы, но не одинаковы в разных сечениях, поэтому пучок линий тока внутри трубки может сгущаться и расширяться;

- так как поперечные сечения струйки малы, скорости во всех точках таких сечений можно считать одинаковыми, однако при переходе от одного сечения к другому они изменяются.

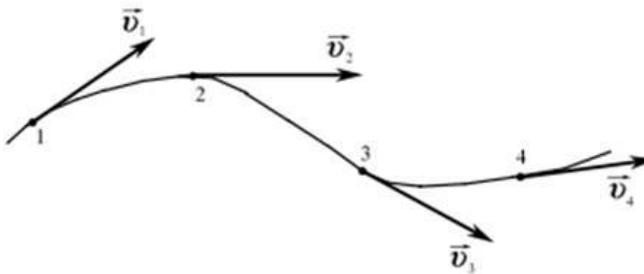


Рис.3.1. Линия тока

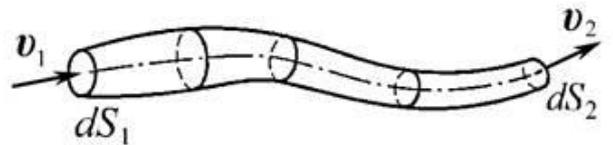


Рис.3.2 Трубка тока

При дальнейшем стремлении поперечных размеров струйки к нулю она в пределе стягивается в линию тока.

Перетекания жидкости из одной струйки тока в другую нет, элементарная струйка представляет собой самостоятельный элементарный поток. Таким образом, жидкость втекает во входное отверстие струйки тока и вытекает через выходное, не проникая через ее боковые поверхности. Потoki конечных размеров можно рассматривать как совокупность элементарных струек, т. е. предполагать течение струйным. Из-за различия скоростей струйки будут как бы скользить одна по другой, но перемешиваться не будут.

Движение жидкости, при котором линии тока являются строго параллельными прямыми, будем называть параллельноструйным. На практике часто встречаются течения, отличные от параллельноструйных.

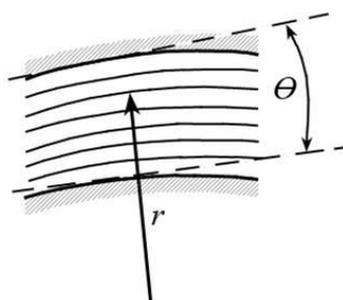


Рис.3.3. Плавно изменяющееся движение

Плавно изменяющееся движение – это движение, близкое к параллельноструйному, при котором радиус кривизны линий тока достаточно велик, а угол, образованный крайними линиями тока рассматриваемого потока (или элементарной струйки), близок к нулю (угол  $\theta$ , рис. 3.3).

Назовем живым сечением потока поверхность, проведенную перпендикулярно линиям тока и находящуюся внутри потока. Поскольку распределение скоростей в потоках в общем случае неравномерно, линии

тока в них не параллельны друг другу и живые сечения представляют собой криволинейные поверхности. Например, при движении жидкости в конически расходящейся трубе (рис. 3.4), когда поток состоит из расходящихся элементарных струек, живое сечение представляет собой криволинейную поверхность ABC. Если линии тока в потоке будут параллельными (течение параллельноструйное), живое сечение будет плоским.

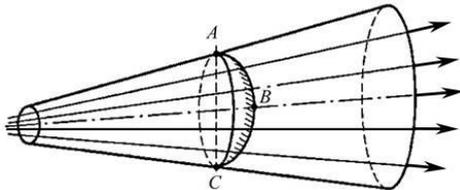


Рис.3.4. Движение в конически расходящейся трубке

Живое сечение может быть ограничено твердыми стенками полностью или частично.

Длина линии поперечного сечения, по которой жидкость соприкасается с твердой границей потока, называется смоченным периметром. При напорном течении жидкости, когда поток со всех сторон

ограничен твердыми стенками, смоченный периметр будет равен полному периметру живого сечения. В случае безнапорного течения часть периметра поперечного сечения потока, приходящаяся на свободную поверхность жидкости, не включается в расчет смоченного периметра.

Для трубы радиуса  $r$ , полностью заполненной жидкостью, смоченный периметр равен (рис. 3.5.а)

$$\chi = 2\pi r = \pi d \quad (3.3)$$

В случае безнапорного течения в канале прямоугольного поперечного сечения (рис. 3.5.б)

$$\chi = b + 2h \quad (3.4)$$

Отношение площади сечения потока жидкости  $\omega$  к смоченному периметру  $\chi$  называется гидравлическим радиусом  $R$ .

Для напорного потока в круглой трубе (рис. 3.6.а)

$$R = \frac{\omega}{\chi} = \frac{\pi d^2}{4\pi d} = \frac{d}{4} = \frac{r}{2} \quad (3.5)$$

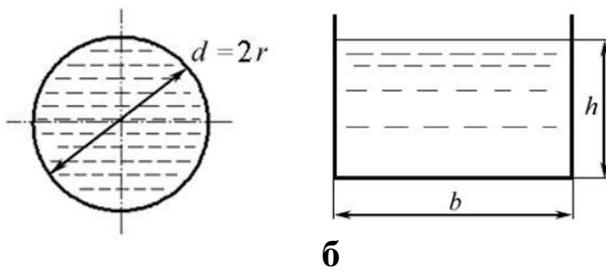
Для безнапорного потока (рис. 3.6.б)

$$R = bh/(b + 2h) \quad (3.6)$$

Из этой формулы понятно, что гидравлический радиус канала а на рис. 3.5 больше гидравлического радиуса канала б.

Расходом называют количество жидкости (в объемных или весовых единицах), протекающее через поперечное (живое) сечение потока в единицу времени. В зависимости от того, в каких единицах определяется количество жидкости, различают объемный  $Q$ , весовой  $Q_v$  и массовый  $Q_m$  расходы. Зависимость между ними следующая

$$Q = V/t = Q_v/\rho g = Q_m/\rho$$



а

Рис.3.5. Смоченный периметр

будем понимать именно объемный расход, если специально не оговорим иное.

Рассмотрим движение жидкости на участке элементарной струйки (рис. 3.6). Частичка жидкости перемещается от сечения 1 к сечению 2 за промежуток времени  $dt$ , проходя при этом расстояние  $l$ . Поскольку стенки трубки тока непроницаемы для движущейся жидкости, количество жидкости, прошедшее через сечение 1 за время  $dt$  будет равным объему цилиндра:

$$dV = ld\omega \quad (3.7)$$

где  $d\omega$  – площадь живого сечения струйки.

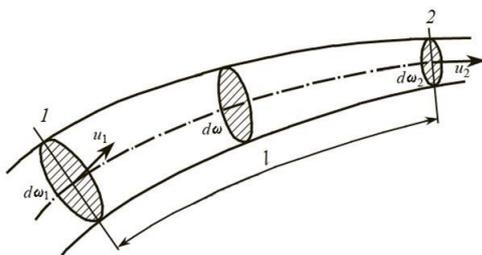


Рис.3.6. Элементарная струйка

Элементарный объемный расход, т. е. количество жидкости, проходящее в единицу времени через живое сечение элементарной струйки, определится как:

$$dQ = dV/dt = ld\omega/dt = l/dt d\omega = u d\omega$$

Если рассматривать поток жидкости как совокупность элементарных струек, то общий расход потока определится как сумма элементарных расходов отдельных струек:

$$Q = \int_{\omega} dQ = \int_{\omega} u d\omega$$

Чтобы вычислить расход по этой формуле, нужно знать распределение скорости движения жидкости во всех точках живого сечения (рис. 3.7). Чтобы упростить расчеты для практического применения, вводится понятие средней скорости потока.

Средняя скорость в сечении  $v$  – это скорость, с которой данное сечение должны проходить все частицы жидкости, чтобы расход  $Q$  для этого сечения был равен действительному расходу при неравномерном распределении скоростей по сечению.

Тогда уравнение расхода для полного потока запишется как

$$Q = \int_{\omega} u d\omega = v\omega \quad (3.8)$$

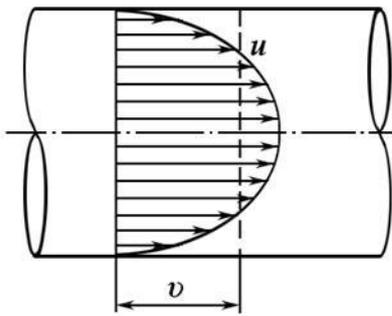


Рис.3.7. Распределение скоростей жидких частиц

где:  $v$  – средняя по сечению скорость жидкости.

Среднюю скорость тогда можно определить как:

$$v = \frac{\int_{\omega} u d\omega}{\omega} = Q/\omega \quad (3.9)$$

Уравнение неразрывности как для элементарной струйки, так и для всего потока – это математическое выражение условия сплошности потока при установившемся течении жидкости.

Выделим в потоке элементарную струйку (рис. 3.8).

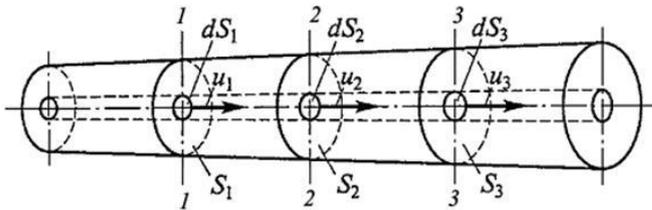


Рис. 3.8. Элементарная струйка в потоке жидкости

Рассмотрим участок между сечениями 1–1 и 2–2. За время  $dt$  внутрь этого участка через сечение 1–1 войдет количество жидкости, равное объему цилиндра с площадью основания  $dS_1$  и образующей

$u_1 dt$ . Через сечение 2–2 за это же время вытечет объем жидкости, равный  $u_2 dt dS_2$ .

Отметим следующие обстоятельства:

- через боковые поверхности элементарной струйки жидкость не проникает (таково свойство трубки тока);
- жидкость несжимаема и в ней отсутствуют пустоты и разрывы.

Это означает, что будет справедливым равенство:

$$u_1 dt dS_1 = u_2 dt dS_2$$

Откуда

$$u_1 dS_1 = u_2 dS_2 \quad (3.10)$$

Для других сечений будут справедливы такие же соотношения:

$$u_1 dS_1 = u_2 dS_2 = u_3 dS_3 = \dots = u_n dS_n = \text{const} = dQ$$

Это уравнение (3.10) и выражает условие неразрывности элементарной струйки, из него следует, что через все сечения струйки проходит одинаковый расход жидкости. Из уравнения понятно, что:

$\frac{u_1}{u_2} = \frac{dS_2}{dS_1}$  т. е.

скорости течения в разных сечениях элементарной струйки обратно пропорциональны площадям этих сечений.

Для полного потока уравнение неразрывности можно получить,

проинтегрировав уравнение (3.10) по площадям соответствующих сечений полного потока (рис. 3.8):

$$\int_{S_1} u_1 dS_1 = \int_{S_2} u_2 dS_2$$

Используя понятие средней скорости по сечению:

$$\int_{S_1} u_1 dS_1 = v_1 S_1, \quad \int_{S_2} u_2 dS_2 = v_2 S_2$$

можно записать

$$v_1 S_1 = v_2 S_2 \quad (3.11)$$

Так как сечения 1–1 и 2–2 выбраны произвольно, то и для любых других сечений это равенство будет справедливо.

$$v_1 S_1 = v_2 S_2 = v_3 S_3 = \dots = v_n S_n = \text{const} = Q \quad (3.12)$$

Уравнения (3.11) и (3.12) и есть уравнения неразрывности полного потока. Они показывают, что объемный расход несжимаемой жидкости при установившемся движении остается постоянным вдоль всего потока.

Из уравнения (3.11) следует, что средние скорости потока обратно пропорциональны площадям соответствующих живых сечений:

$$v_1/v_2 = S_2/S_1$$

## 3.2. Уравнение Бернулли

Уравнение Даниила Бернулли, полученное в 1738 г., является фундаментальным уравнением гидродинамики. Оно дает связь между давлением  $P$ , средней скоростью  $v$  и пьезометрической высотой  $z$  в различных сечениях потока и выражает закон сохранения энергии для установившегося потока жидкости. Данное уравнение является основным уравнением для расчета гидравлических систем.

### 3.2.1 Уравнение Бернулли для струйки идеальной жидкости

Выделим при установившемся течении в движущейся жидкости элементарную струйку и отметим в ней два сечения – 1–1 и 2–2 (рис. 3.10). Площади этих сечений –  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , координаты их центров тяжести –  $z_1$  и  $z_2$  соответственно.

В момент времени  $t$  жидкость находится между сечениями 1–1 и 2–2. Она занимает объем, состоящий из отсеков I и III (рис. 3.9). Через промежуток времени  $dt$  жидкость переместится в новое положение и будет занимать объем, состоящий из отсеков III и II.

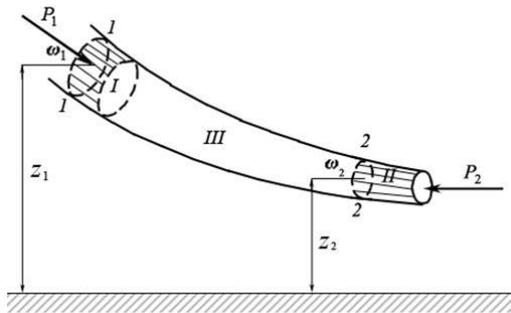


Рис.3.9. Элементарная струйка.  
Иллюстрация для вывода уравнения  
Бернулли

В соответствии с теоремой механики, приращение кинетической энергии системы за какой-то промежуток времени равно работе внешних сил за этот промежуток времени. При переходе из начального положения (жидкость занимает объем отсеков I и III) в последующее (отсеки II и III) при установившемся движении кинетическая энергия общего отсека III останется неизменной, поэтому

приращение кинетической энергии произойдет за счет изменения энергии отсеков I и II.

$$\Delta E_{\text{кин}} = E_{\text{II+III}} - E_{\text{I+III}} = E_{\text{II}} - E_{\text{I}} = \frac{m_2 u_2^2}{2} - \frac{m_1 u_1^2}{2}$$

Массы жидкости в отсеках определяются как:

$$m_1 = \rho V_1 = \rho \omega_1 u_1 dt = \rho q dt$$

$$m_2 = \rho V_2 = \rho \omega_2 u_2 dt = \rho q dt$$

Здесь  $q_1 = q_2 = \omega_1 u_1 = \omega_2 u_2 = \omega u$  – расход жидкости в струйке

Оказывается, массы отсеков I и II равны, поэтому в дальнейшем индексы у обозначения массы опускаем. Тогда:

$$\Delta E = \rho q \left( \frac{u_2^2}{2} - \frac{u_1^2}{2} \right) dt \quad (3.13)$$

Из внешних сил работу совершают поверхностные силы давления и массовые силы, в рассматриваемом случае это силы тяжести.

Из сил давления могут совершить работу только силы, действующие на торцевые сечения  $\omega_1$  и  $\omega_2$  – это силы  $P_1$  и  $P_2$ . Силы давления, действующие на боковые поверхности струйки, направлены перпендикулярно оси потока и их работа равна нулю. Работа сил давления:

$$P_1 u_1 dt - P_2 u_2 dt = p_1 \omega_2 u_1 dt - p_2 \omega_2 u_2 dt = q(p_1 - p_2) dt \quad (3.14)$$

Работа сил тяжести состоит в том, что отсек I переместится в отсек II, поскольку отсек III остается на месте. Массы и, следовательно, веса отсеков одинаковы, поэтому работу сил тяжести можно записать как (вес равен  $mg$ ):

$$\rho g q (z_1 - z_2) dt \quad (3.15)$$

Приравняв изменение кинетической энергии (3.13) сумме работ внешних сил (3.14) и (3.15), находим:

$$\rho q \left( \frac{u_2^2}{2} - \frac{u_1^2}{2} \right) dt = q(p_1 - p_2) dt + \rho g q (z_1 - z_2) dt$$

Разделим все члены этого уравнения на  $\rho g q dt$ . Таким образом, отнесем уравнение к единице веса протекающей жидкости. Получим:

$$\frac{u_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} + z_1 = \frac{u_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho g} + z_2 = \text{const} \quad (3.16)$$

Или

$$\frac{u^2}{2g} + \frac{p}{\rho g} + z = \text{const} \quad (3.17)$$

Это и есть уравнение Бернулли для элементарной струйки идеальной жидкости. Все члены уравнения имеют линейную размерность.

Из вывода понятен физический смысл уравнения Бернулли – оно является частным случаем закона сохранения энергии, а именно – отражает сохранение энергии частиц жидкости, движущихся вдоль линии тока.

Все члены уравнения (3.17) являются удельными энергиями, т. е. энергиями, отнесенными к единице веса протекающей жидкости. Член  $u^2/2g$  характеризует удельную кинетическую энергию потока, член  $p/\rho g$  – потенциальную энергию давления, а  $z$  – потенциальную энергию положения, которая равна высоте расположения частиц над условно выбранной плоскостью сравнения. Все вместе в сумме они дают полную (механическую) удельную энергию потока.

Таким образом, из уравнения Бернулли следует, что при движении частиц жидкости по длине элементарной струйки полная механическая энергия частиц (сумма удельных энергий) не изменяется.

Члены уравнения Бернулли имеют и другие названия, связанные с их линейной размерностью.

Член  $u^2/2g$  называется скоростным напором;

$p/\rho g$  – пьезометрическим напором или пьезометрической высотой;

$z$  – геометрическим напором или геометрической высотой.

Геометрический смысл уравнения Бернулли заключается в том, что сумма высот скоростного, пьезометрического и геометрического напоров есть величина постоянная.

Зачастую два члена уравнения Бернулли, характеризующие потенциальную энергию, объединяют в один, обозначив:

$$p/\rho g + z = z^* \quad (3.18)$$

Напомним, что уравнение Бернулли выведено нами для идеальной жидкости (без учета вязкости). При рассмотрении реальной, т. е. вязкой жидкости, в балансе энергии необходимо учесть еще и потери энергии, обусловленные возникновением сил трения. Однако опыт показал, что, если силы трения малы по сравнению с массовыми силами, уравнение Бернулли для идеальной жидкости можно использовать для решения некоторых задач движения реальной жидкости.

### 3.2.2. Уравнение Бернулли для реальной жидкости

Уравнение Бернулли для потока реальной жидкости несколько отличается от уравнения (3.16). Дело в том, что при движении реальной вязкой жидкости возникают силы трения, на преодоление которых жидкость затрачивает энергию. В результате полная удельная энергия жидкости в сечении 1-1 будет больше полной удельной энергии в сечении 2-2 на величину потерянной энергии (рис.3.10).

Потерянная энергия или потерянный напор обозначаются  $h_{\text{пот}}^{1-2}$  и имеют также линейную размерность.

Уравнение Бернулли для реальной жидкости будет иметь вид:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + h_{\text{пот}}^{1-2} = H = \text{const} \quad (3.19)$$

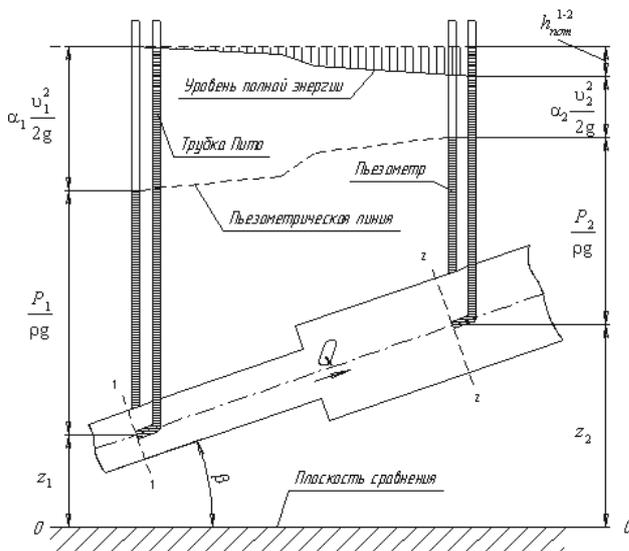


Рис.3.10. Схема к выводу уравнения Бернулли для реальной жидкости

Из рис.3.10 видно, что по мере движения жидкости от сечения 1-1 до сечения 2-2 потерянный напор все время увеличивается (потерянный напор выделен вертикальной штриховкой). Таким образом, уровень первоначальной энергии, которой обладает жидкость в первом сечении, для второго сечения будет складываться из четырех составляющих: геометрической высоты, пьезометрической высоты, скоростной высоты и потерянного напора между сечениями 1-1 и 2-2.

Кроме этого в уравнении появились еще два коэффициента  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ , которые называются коэффициентами Кориолиса и зависят от режима течения жидкости ( $\alpha = 2$  для ламинарного режима,  $\alpha = 1$  для турбулентного режима).

Потерянная высота  $h_{\text{пот}}^{1-2}$  складывается из линейных потерь, вызванных силой трения между слоями жидкости, и потерь, вызванных местными сопротивлениями (изменениями конфигурации потока):

$$h_{\text{пот}}^{1-2} = h_{\text{лин}} + h_{\text{мест}} \quad (3.20)$$

С помощью уравнения Бернулли решается большинство задач практической гидравлики. Для этого выбирают два сечения по длине потока, таким образом, чтобы для одного из них были известны величины  $P$ ,  $\rho$ ,  $g$ , а для другого сечения одна или величины подлежали определению. При двух неизвестных для второго сечения используют уравнение постоянства расхода

жидкости  $v_1\omega_1 = v_2\omega_2$ .

### 3.3.3. Примеры использования в технике уравнения Бернулли для идеальной жидкости

Примером использования в технике уравнения Бернулли является так называемый пьезометрический водомер (водомер Вентури). Он представляет собой сужение на трубопроводе, в которое включены пьезометры (рис. 3.11).

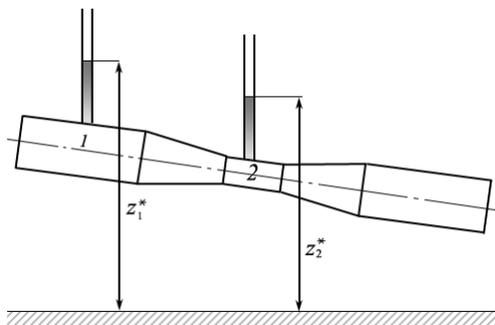


Рис. 3.11 Водомер Вентури

Для измерения расхода жидкости в трубопроводах часто используют расходомер Вентури, действие которого основано так же на принципе уравнения Бернулли. Расходомер Вентури состоит из двух конических насадков с цилиндрической вставкой между ними (рис.3.11). Если в сечениях I-I и II-II

поставить пьезометры, то разность уровней в них будет зависеть от расхода жидкости, протекающей по трубе.

Измеряют расход жидкости, протекающей по трубопроводу, также с помощью диафрагмы, устанавливаемой в сечении трубы. Принцип измерения тот же – при резком изменении диаметра проходного сечения меняется скорость течения. В соответствии с уравнением Бернулли изменяется давление, и разность пьезометрических напоров измеряется либо пьезометрами, либо дифференциальным манометром (рис. 3.12).

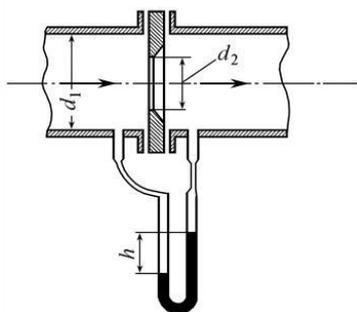


Рис. 3.12 Дифференциальный манометр

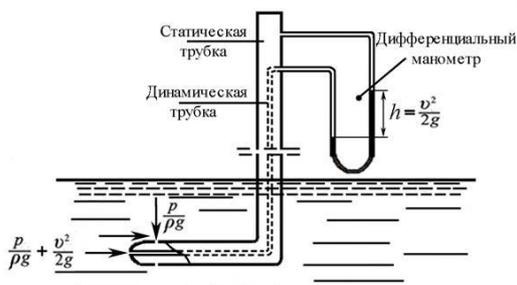


Рис. 3.13. Действительная конструкция прибора для измерения скорости потока жидкости – трубки Пито

Действительная конструкция прибора для измерения скорости потока жидкости – трубки Пито – показана на рис. 3.13.

Две трубки помещены в один корпус. Центральная динамическая трубка воспринимает полный напор  $\frac{u^2}{2g} + \frac{p}{\rho g}$ , а наружная статическая трубка – только пьезометрический напор, так как скорость потока направлена по касательной к плоскости отверстий. Обе трубки подключены к дифференциальному

манометру, который определяет разность напоров в трубках  $h$ , равную скоростному напору.

Водоструйные насосы (эжекторы) получили из-за простоты конструкции и безопасности работы весьма разнообразное применение.

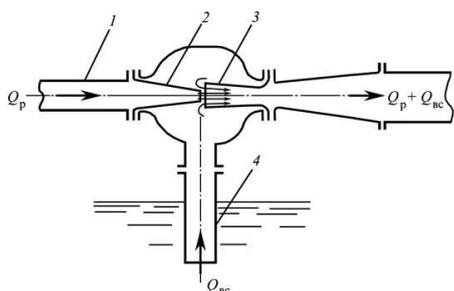


Рис. 3.14. Схема струйного насоса (инжектора).

У которого суммарный расход жидкости  $(Q_p + Q_{вс})$  перемещается далее по напорному трубопроводу. Давление, развиваемое водоструйным насосом, меньше давления, создаваемого рабочим насосом, но расход больше. Всасываемый расход  $Q_{вс}$  может быть равен рабочему расходу  $Q_p$  и даже превосходить его в 1,5 – 2 раза.

На том же принципе основано действие пневматических перегрузочных устройств для сыпучих грузов. Примером эжектора (рис.3.14) может служить и бытовой пульверизатор, в котором поток воздуха подсасывает и распыляет жидкость.

### 3.3.Режимы течения жидкости.

Течение реальной жидкости характеризуется различными режимами ее движения, которые могут переходить один в другой при определенных условиях. Экспериментальные исследования гидравлических сопротивлений показывают, что потери напора (потери энергии) зависят от существующего в потоке режима движения.

Существование двух принципиально разных режимов движения жидкости было отмечено Г. Хагеном в 1839 и 1854 гг. При изучении течения всевозможных капельных жидкостей с различными физическими свойствами Рейнольдс установил, что движение бывает ламинарным и турбулентным.

“Ламинарный” происходит от латинского слова *lamina* - слой. Ламинарным называется такой режим, когда поток жидкости движется отдельными струйками или слоями и траектории отдельных частиц между собой не пересекаются. В практике ламинарный режим имеет место при движении жидкостей с большой вязкостью (нефти, смазочных масел), при движении воды через тонкие трубки, в трубопроводах при малых скоростях потока.

“Турбулентный” происходит от латинского слова *turbulentus* - беспорядочный. Турбулентным называется такой режим, когда струйчатость потока нарушается, все струйки перемешиваются, и траектории движущихся частиц приобретают сложную форму, пересекаясь между собой. В практике чаще всего имеет место турбулентный режим движения жидкости.

В 1883 г. Рейнольдс в результате экспериментальных исследований установил, что критерием режима движения жидкости является безразмерная величина, представляющая собой отношение произведения средней скорости потока  $v$  и характерного для рассматриваемого случая линейного размера  $L$  к кинематической вязкости жидкости  $\nu$ :  $\frac{vL}{\nu}$

Этот критерий называется числом Рейнольдса и обозначается  $Re$ . Таким образом, число Рейнольдса имеет вид:

$$Re = \frac{vL}{\nu} \quad (3.21)$$

При напорном движении жидкости в круглых трубах за характерный линейный размер  $L$  обычно принимают внутренний диаметр трубы  $D$  и тогда

$$Re = \frac{vD}{\nu} \quad (3.22)$$

а в остальных случаях - гидравлический радиус  $R$

$$Re = \frac{vR}{\nu} \quad (3.23)$$

Физический смысл числа Рейнольдса состоит в том, что оно выражает отношение сил инерции к силам вязкости:

$$Re = \frac{F_{ин}}{F_{вяз}}$$

$$F_{ин} = ma = \rho L^3 \frac{V^2}{L} = \rho L^2 V^2$$

$$F_{вяз} = \mu S \frac{du}{dy} = \rho \nu L^2 \frac{V}{L} = \rho \nu L V$$

$$Re = \frac{\rho L^2 V}{\rho \nu L V} = \frac{VL}{\nu}$$

При преобладании сил вязкости - режим ламинарный, при преобладании сил инерции - режим турбулентный. Многочисленные экспериментальные исследования гидравлических сопротивлений показывают, что между ними и скоростью движения жидкости имеется зависимость  $h_1 = f(v)$ .

Значение числа Рейнольдса, соответствующее нижней критической точке  $B$ , называется нижним критическим числом Рейнольдса и равно

$$Re_{н.к} = \frac{v_{н.к} D}{\nu} \quad (3.24)$$

Число Рейнольдса, соответствующее верхней критической точке  $C$ , называется верхним критическим числом и равно

$$Re_{в.к} = \frac{v_{в.к} D}{\nu} \quad (3.25)$$

Для напорного движения в цилиндрических трубах нижнее критическое число равно 956, то есть ламинарный режим устойчив, если  $Re \leq 956$ .

В результате изучения движения жидкости, проведенного многими

исследователями, в круглых гидравлически “гладких” трубах на участках, достаточно удаленных от входа, при отсутствии различных источников возмущения установлено критическое число Рейнольдса  $Re_{кр} = 2000 - 2320$ . При  $Re < Re_{кр}$  имеет место ламинарный режим движения. При  $Re > Re_{кр}$  - турбулентный.

Потери напора по длине связаны со скоростью зависимостью, которая выражается уравнением:

$$h_1 = av^m \quad (3.26)$$

где  $h_1$  - потери напора по длине;  $a$  - коэффициент пропорциональности;  $v$  - средняя скорость потока;  $m$  - показатель степени.

Прологарифмировав данное уравнение, можно получить линейную зависимость

$$\lg h_1 = \lg a + m \lg v \quad (3.27)$$

Откуда

$$m = \frac{\lg h_1 - \lg a}{\lg v} \quad (3.28)$$

Если точки, соответствующие значениям  $\lg h_1$ ,  $\lg v$ , нанести на график, то значение показателя степени  $m$  определится как  $\lg a$  угла наклона прямых в ламинарной и турбулентной областях к горизонтальной оси.

### 3.4. Гидравлические сопротивления.

Определение потерь напора в трубах является одной из основных частей при расчетах гидросистем.

Потери напора при движении воды по трубам пропорциональны их длине и зависят от диаметра труб, расхода жидкости (скорости течения), характера и степени шероховатости стенок труб (т. е. от типа и материала труб) и от режима течения жидкости.

#### 3.4.1. Понятие о гидравлически гладких и шероховатых трубах

На основании экспериментальных и теоритических исследований считают, что на границе потока (у стенок) существует тонкий слой жидкости с ламинарным режимом движения, а в центре находится, так называемое, турбулентное ядро (рис.3.15). Между этими областями расположен переходный слой. При этом толщина ламинарного подслоя составляет десятые доли миллиметра.

Поверхность стенок всегда обладает неровностями. Эти неровности имеют различную величину, форму и периодичность, которые зависят от рода материала и способа его изготовления. Величина неровностей характеризуется абсолютной шероховатостью, представляющая собой

среднюю линейную величину неровностей.

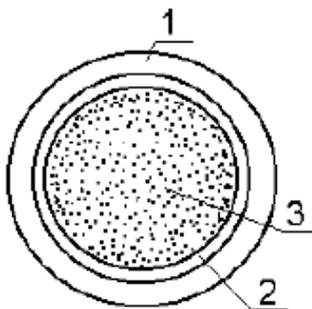


Рис.3.15. Сечение трубы  
1. Ламинарный слой;  
2. Переходной слой;  
3. Турбулентное ядро.

Если величина выступов меньше толщины ламинарного подслоя, то такая поверхность называется гидравлически гладкой. В этом случае потери энергии на трение не будут зависеть от шероховатости поверхности. Если неровности выступают сквозь ламинарную пленку, то поверхность называется гидравлически шероховатой.

Толщина ламинарного слоя зависит от числа Рейнольдса (с увеличением  $Re$  толщина уменьшается), следовательно, одна и та же поверхность в различных гидравлических режимах может быть гидравлически гладкой или шероховатой.

### 3.4.2. Линейные потери напора.

Линейные потери – это потери давления на трении по длине трубопровода, т.е это потери энергии возникающие в прямых трубах постоянного сечения при равномерном течении жидкости и возрастающие пропорционально длине трубы. Данные потери обусловлены внутренним трением в жидкости, а потому возникают не только в шероховатых, но и в гладких трубах.

Расчет линейных потерь в трубопроводе производится по формуле Дарси-Вейсбаха:

$$h_{л} = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} \quad (3.29)$$

В единицах давления формула имеет вид:  $p_{л} = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{g} \rho$

Т.е при расчетах линейных потерь важным параметром является коэффициент гидравлического сопротивления  $\lambda$ .

При ламинарном режиме движения жидкости, т.е при  $Re < 2320$  :  $\lambda = 63/Re$

При переходном режиме, т.е при  $2320 \leq Re \leq 4000$ :  $\lambda = 1.47 * 10^{-5} * Re$

При турбулентном режиме:

1. Область гладких труб при  $4000 \leq Re \leq 10^5$ :  $\lambda = f(Re)$

формула Блазиуса:  $\lambda = 0.3164/Re^{0,25}$  (3.30)

формула Прандтля:  $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \lg Re \sqrt{\lambda} - 0,8$  (3.31)

2. Область докватратичного сопротивления.

С увеличением числа  $Re$  ламинарная пленка становится тоньше, неровности начинают выступать сильнее, труба становится гидравлически

шероховатой в этом случае  $\lambda$  является функцией не только числа  $Re$ , но и относительной шероховатости  $\lambda=f(Re, \Delta_3/d)$ .

формула Альтшуля: 
$$\lambda = 0,11 \left( \frac{68}{Re} + \frac{\Delta_3}{d} \right)^{0,25} \quad (3.32)$$

формула Кольбрука: 
$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \lg \left( \frac{2,5}{Re} \frac{1}{\sqrt{\lambda}} + \frac{\Delta_3}{3,7d} \right) \quad (3.33)$$

### 3. Область квадратичного сопротивления.

В рассматриваемой области ламинарный подслоя ничтожно мал, так как выступы шероховатости взаимодействуют непосредственно с турбулентным ядром.

В соответствии с этим  $\lambda=f(r/k)$ , т. е. зависит только от эквивалентной шероховатости. Значения  $\lambda$  не зависят от числа  $Re$ , в том числе и от вязкости жидкости (т. е. от рода жидкости), и при определенных соотношениях  $d/\Delta$  значения  $\lambda$  постоянные. Здесь трубы вполне шероховатые, а линейные потери  $h_l \sim v^2$ .

формула Прандтля: 
$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \lg \frac{\Delta_3}{3,7d} \quad (3.34)$$

формула Шифринсона: 
$$\lambda = 0,11 \left( \frac{\Delta_3}{d} \right)^{0,25} \quad (3.35)$$

### 3.4.3. Местные сопротивления.

Местные потери напора – это потери, обусловленные местными гидравлическими сопротивлениями, т.е такими элементами трубопроводов, в которых вследствие изменения поперечных размеров или конфигурации происходит деформация потока.

Всякая перестройка структуры потока связана с появлением дополнительных касательных напряжений, причиной которых являются возникающие в потоке дополнительные вихреобразования.

Местные потери энергии имеют ту же физическую природу, что и потери по длине трубопроводов – это результат преобразования части механической энергии в тепловую за счет преодоления касательных напряжений трения.

Основные виды местных потерь напора можно условно разделить на группы, соответствующих определенным видам местных сопротивлений:

1. Потери, связанные с изменением поперечного сечения (внезапное или плавное расширение и сужение);
2. Потери, вызванные изменением направления потока (колена, угольника, различные отводы);

3. Потри связанные с протеканием жидкости через арматуру различного типа (краны, вентили, задвижки, заслонки, приемные и обратные клапаны, сетки, фильтры);

4. Потери, связанные с разделением или слиянием потоков (тройники, крестовины).

Общим для всех видов местных сопротивлений является:

- искривление линий тока;
- изменение площади живого сечения;
- отрыв основной струи от стенок с преобразованием водородных зон;
- повышение пульсации скорости и давления.

Местные потери напора определяются по формуле Вейсбаха:

$$h_m = \xi \frac{V^2}{2g} \quad (3.36)$$

Или в единицах давления:  $p_m = \xi \rho \frac{V^2}{2}$ .

где  $V$  средняя скорость,  $\xi$  – местное сопротивление.

Коэффициент местно сопротивления зависит в основном от формы местного сопротивления и его геометрического размера.

### **3.5. Основы расчетов трубопроводов.**

#### **3.5.1. Общая характеристика трубопроводов.**

Трубопроводы применяются для транспортировки жидкостей, газов и других текучих сред. Трубопроводы подразделяются на простые и сложные. К простым относят трубопроводы, не имеющие ответвлений. Сложные трубопроводы имеют разветвления и состоят из соединенных последовательно или параллельно простых трубопроводов. В зависимости от роли местных сопротивлений трубопроводы могут быть короткими и длинными. К коротким относятся трубопроводы, в которых потери давления на местных сопротивлениях составляют более 10% от потерь на трение в трубах. Остальные трубопроводы относятся к длинным, и при расчетах местные потери практически не учитываются.

При гидравлическом расчете сложных трубопроводов определяются потери давления  $\Delta p$  распределение расходов жидкости  $Q$  по всем его участкам.

При выполнении расчетов принимается принцип наложения потерь, в соответствии с которым полные потери давления  $\Delta p_{\pi}$  в простом трубопроводе представляют собой сумму потерь на трении по длине  $\Delta p_{\text{тр}}$  и потерь на всех местных сопротивлениях  $\Delta p_{\text{м}}$ :  $\Delta p_{\pi} = \Delta p_{\text{тр}} + \sum \Delta p_{\text{м}}$ . Используя связь между средней скоростью  $v$  и расходом  $Q$ , удобней в эти формулы

ввести расход. Для круглой трубы  $v = \frac{Q}{S} = Q / \left(\frac{\pi d^2}{4}\right)$ ; и формулы для расчета потерь давления имеют вид:

$$\Delta p_{\text{тр}} = \lambda \frac{8\rho Q^2}{\pi^2 d^5}; \quad \Delta p_{\text{м}} = \xi \frac{8\rho Q^2}{\pi^2 d^4}; \quad (3.37)$$

### 3.5.2. Простой трубопровод постоянного сечения

Простой трубопровод представляет собой ряд местных сопротивлений, последовательно соединенных между собой одинаковыми трубами постоянного диаметра  $d$  с общей длиной  $l$  (рис.3.16)

Расход жидкости  $Q$  и ее скорость на всем протяжении трубопровода есть величина постоянная, и уравнение Бернулли для начального и конечного его сечения будет иметь вид:

$$\rho g z_{\text{н}} + p_{\text{н}} = \rho g z_{\text{к}} + p_{\text{к}} + \Delta p_{\text{п}} \quad (3.38)$$

Полные потери давления  $\Delta p_{\text{п}}$  в нем складываются из потерь на трение в трубах и потерь на местные сопротивления:

$$\Delta p_{\text{п}} = \Delta p_{\text{тр}} + \sum_{i=1}^n \Delta p_{\text{ми}} = \left( \lambda \frac{l}{d} + \sum_{i=1}^n \xi_i \right) \frac{8\rho Q^2}{\pi^2 d^4} \quad (3.39)$$

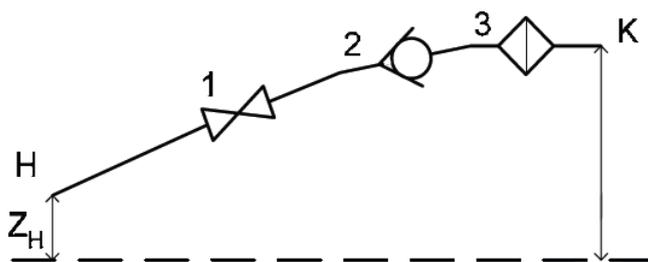


Рис. 3.16. Схема простого трубопровода. 1. Вентиль; 2. Обратный клапан; 3. Фильтр

Пьезометрическое давление в начальном сечении трубопровода  $p_{\text{н}}$  называют потребным давлением. Из (3.38) следует  $p_{\text{н}} = p_{\text{ст}} + \Delta p_{\text{п}}$ , где  $p_{\text{ст}} = p_{\text{к}} + \rho g(z_{\text{к}} - z_{\text{н}})$ .

При расчете простого трубопровода на основе формул (3.38) и (3.39) можно решить следующие задачи: определить потребное давление для обеспечения заданного расхода жидкости (все параметры жидкости и трубопровода известны); при заданном давлении  $p_{\text{н}}$  определить расход жидкости; при заданных давлении  $p_{\text{н}}$ , расходе  $Q$  и местных сопротивлениях определить необходимый диаметр труб.

### 3.5.3. Последовательное соединение простых трубопроводов.

При последовательном соединении конечная точка одного простого трубопровода соединяется с начальной точкой другого (рис.3.17).

При последовательном соединении расход жидкости во всех трубопроводах одинаков.

$$Q_1 = Q_2 = \dots = Q_i = \dots = Q_{n-1} = Q_n$$

Полные потери давления между начальным и конечным сечениями равны сумме потерь на каждом из участков

$$\Delta p_n = \sum_{i=1}^n \Delta p_i$$

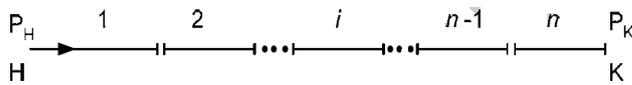


Рис.3.17. Последовательное соединение простых трубопроводов 1,2,...i, ..., n-1, n

В соответствии с уравнением Бернулли давление в начальном сечении  $p_H$  будет равно

$$p_H = p_K + \rho g(z_K - z_H) + \frac{\rho(V_K^2 - V_H^2)}{2} + \Delta p_n \quad (3.40)$$

### 3.5.4. Параллельное соединение трубопроводов

При параллельном соединении трубопроводов все они имеют общую начальную (Н) и конечную (К) точки (рис.3.18)

В силу указанного соединения Бернулли для начального (Н) и конечного (К) сечения каждого трубопровода будет иметь один и тот же вид:

$$\frac{\rho V_H^2}{2} + \rho g z_H + p_H = \frac{\rho V_K^2}{2} + \rho g z_K + p_K + \Delta p_i$$

Следовательно, потери давления во всех ветвях параллельного соединения будут одинаковы:

$$\Delta p_1 = \Delta p_2 = \dots = \Delta p_i = \dots = \Delta p_{n-1} = \Delta p_n \quad (3.41)$$

Из уравнения неразрывности сумма расходов в ветвях равна полному подводимому расходу:

$$Q_1 + Q_2 + \dots + Q_i + \dots + Q_{n-1} + Q_n = Q \quad (3.42)$$

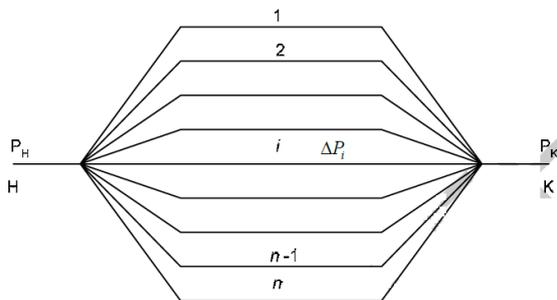


Рис.3.18. Параллельное соединение трубопроводов

Потери давления  $\Delta p_i$  выражаются через соответствующие расходы по формулам (1) вида  $\Delta p_i = cQ_i^2$ . Поэтому система (3.41) и (3.42) содержит n уравнений для n неизвестных  $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$  и дает возможность решить задачу о распределении расходов по ветвям при заданном расходе Q и гидравлических параметрах ветвей.

### 3.5.5. Разветвленный трубопровод

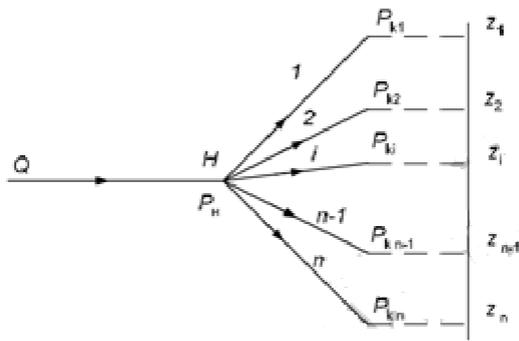


Рис.3.19. Схема разветвленного трубопровода

Разветвленный трубопровод в общем случае состоит из  $n$  ветвей, выходящих из одной точки. В конечных сечениях каждой из ветвей задано значение давлений  $p_{ki}$  (рис.3.19).

Пренебрегая динамическими давлениями, для каждой ветви такого трубопровода можно записать выражение для давления в начальной точке  $p_H$ :

$$n \begin{cases} p_H = p_{k1} + \rho g z_1 + \Delta p_1 \\ p_H = p_{k2} + \rho g z_2 + \Delta p_2 \\ p_H = p_{ki} + \rho g z_i + \Delta p_i \\ p_H = p_{kn} + \rho g z_n + \Delta p_n \end{cases} \quad (3.43)$$

И уравнение полного расхода

$$Q_1 + Q_2 + \dots + Q_i + \dots + Q_{n-1} + Q_n = Q \quad (3.44)$$

Потери давления в каждой ветви вновь выражаются через соответствующие расходы, и система (3.43), (3.44) дает  $(n+1)$  уравнение для  $(n+1)$  неизвестной  $Q_1, Q_2, \dots, Q_n, p_H$ .

Если трубопровод расположен горизонтально ( $z_1 = z_2 = \dots = z_i = \dots = z_n$ ) и конечные точки давления во всех ветвях одинаковы  $p_{k1} = p_{k2} = \dots = p_{kn}$ , то (3.43) дает  $\Delta p_{k1} = \Delta p_{k2} = \dots = \Delta p_{kn}$ , как и для параллельного соединения.

### 3.5.6. Сложный трубопровод с раздачей жидкости ответвлениями.

Рассматриваемый трубопровод разветвляется в нескольких точках: А, В, D (рис.3.20).

Ответвлениями жидкость подается к точкам а, b, d, e с расходами  $Q_a, Q_b, Q_d, Q_e$ . Известны гидравлические параметры всех участков трубопровода. Для простоты будем считать трубопровод расположенным в горизонтальной плоскости и давление на выходе каждого ответвления одинаковым  $p_a = p_b = p_d = p_e$ . Задача состоит в определении расходов в ответвлениях  $Q_a, Q_b, Q_d, Q_e$  и потребного давления в точке А ( $p_a$ ) при неизменном полном расходе  $Q$ , подводимом к этой точке. Динамическим давлением будет пренебрегать.

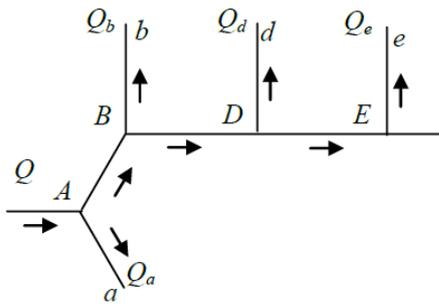


Рис. 3.20. Пример схемы сложного трубопровода

Для расчета необходимо составить систему уравнений, пользуясь следующим правилом. Для всех точек разветвления (А, В, D) идя от последней (D) к начальной точке (А), то есть против движения жидкости, записываем значения давления в них  $p_a, p_b, p_d$  через давление в тех точках, где оно известно, и потери давления на всех участках от этих

известных точек до рассматриваемой точки разветвления. Например, для точки D, рассматривая разветвления трубопровода с ветвями Dd и De, записываем:

$$\begin{cases} p_D = p_e + \Delta p_{De} = p_e + C_{De} Q_e^2 \\ p_D = p_d + \Delta p_{Dd} = p_d + C_{Dd} Q_d^2 \end{cases} \quad (3.45)$$

По условию  $p_e = p_d$  и из (3.45) получаем первое уравнение

$$C_{De} Q_e^2 = C_{Dd} Q_d^2$$

Для точки разветвления В считаем известным давление  $p_e$  и давление в точке D, так как последнее записано выше (10).

Поэтому можно записать:

$$\begin{cases} p_B = p_b + \Delta p_{Bb} \\ p_B = p_D + \Delta p_{BD} = p_d + \Delta p_{Dd} + \Delta p_{BD} \end{cases}$$

Откуда

$$p_{Bb} = \Delta p_{Dd} + \Delta p_{BD} \quad (3.46)$$

Кроме того,  $Q_{BD} = Q_d + Q_e$  и из (3.46) вытекает следующее уравнение:

$$\begin{cases} C_{Bb} Q_b^2 = C_{Dd} Q_d^2 + C_{BD} Q_{BD}^2 \\ C_{Bb} Q_b^2 = C_{Dd} Q_d^2 + C_{BD} (Q_d + Q_e)^2 \end{cases} \quad (3.47)$$

Используя (3.47), окончательно получаем:

$$C_{Bb} Q_b^2 = \left[ C_{Dd} + C_{BD} (1 + \sqrt{C_{Dd}/C_{De}})^2 \right] Q_d^2 \quad (3.48)$$

Аналогичным образом поступаем для точки А:

$$\begin{cases} p_A = p_a + \Delta p_{Aa} = p_a + C_{Aa} Q_a^2 \\ p_A = p_B + \Delta p_{AB} = p_d + \Delta p_{Dd} + \Delta p_{AB} \end{cases} \quad (3.49)$$

Или

$$\Delta p_{Aa} = \Delta p_{Bb} + \Delta p_{AB} \quad (3.50)$$

Так как  $Q_{AB} = Q_b + Q_d + Q_e$ , то (3.50) записывается следующим образом:

$$C_{Aa} Q_a^2 = C_{Bb} Q_b^2 + C_{AB} (Q_b + Q_d + Q_e)^2 \quad (3.51)$$

Таким образом, уравнения (3.46), (3.47) и (3.50) и уравнение сохранения полного расхода дают систему четырех алгебраических уравнений для четырех неизвестных  $Q_a, Q_b, Q_d, Q_e$ :

$$\begin{cases} C_{Bb} Q_b^2 = C_{De} Q_e^2 \\ C_{Bb} Q_b^2 = C_{Dd} Q_d^2 + C_{BD} (Q_d + Q_e)^2 \\ C_{Aa} Q_a^2 = C_{Bb} Q_b^2 + C_{AB} (Q_b + Q_d + Q_e)^2 \\ Q_a + Q_b + Q_d + Q_e = Q \end{cases} \quad (3.52)$$

Давление в начальной точке  $p_A$  определяется по формулам (3.52) в которые подставляют найденные расходы, например  $Q_a$ .

### 3.6. Неустановившееся течение жидкости.

#### 3.6.1. Неустановившееся движение жидкости в трубах

Неустановившееся движение - движение, когда скорость и давление в отдельных точках потока жидкости изменяются по времени.

В практике эксплуатации систем водоснабжения и водоотведения достаточно часто встречаются случаи неустановившегося движения потоков. Неустановившееся движение наблюдается как в напорных трубах, так и в открытых руслах.

В напорных трубах поток жидкости ограничен жесткими стенками. Площадь живого сечения потока не зависит от времени и может являться функцией расстояния вдоль трубы, т.е.  $\omega = f_1(L)$ . На расход  $Q$  расстояние  $L$  не влияет. Расход жидкости зависит от времени, т.е.  $Q = f_2(t)$ . Однако скорость связана с площадью сечения, следовательно,  $V = f_1(L)$ .

Средняя скорость потока для данного момента времени:

$$V = \frac{Q}{\omega} = \frac{f_2(t)}{f_1(L)} = f(L, t).$$

Для получения уравнения, описывающего изменения гидродинамических характеристик потоков при неустановившемся движении, используется уравнение неустановившегося движения для элементарной струйки несжимаемой жидкости записанное в виде уравнения Бернулли для двух живых сечений 1-1 и 2-2:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{u_2^2}{2g} + h_i + \frac{1}{g} \int_{L_1}^{L_2} \frac{\partial u}{\partial t} dl \quad (3.53)$$

Где  $h_i$  – потери напора по длине струйки между сечениями.

Интеграл  $\int_{L_1}^{L_2} \frac{\partial u}{\partial t} dl$  по аналогии с другими слагаемыми уравнения

Бернулли называют инерционным напором  $h_{ин}$ .

В зависимости от вида ускорения движения инерционный напор может быть как положительным, так и отрицательным. Для ускоренного движения потока интеграл положительный, а для замедленного движения - отрицательный.

При неустановившемся движении жидкости в трубах на определенном участке длиной  $l$  также учитывается инерционный напор  $h_{ин}$ .

В цилиндрической трубе площадь сечения  $\omega = const$  по длине потока, средние скорости  $V_1 = V_2$  и  $\frac{V_1^2}{2g} = \frac{V_2^2}{2g}$  для рассматриваемого момента

времени.

Потери напора по длине на участке от сечения 1-1 до сечения 2-2 определяются по формулам Дарси-Вейсбаха (3.29) и Вейсбаха (3.36). Ускорение  $a = \frac{\partial u}{\partial t}$  постоянно по длине участка трубы; следовательно,

инерционный напор:

$$h_{ин} = \int_{L_1}^{L_2} \frac{1}{g} \frac{\partial u}{\partial t} dL = \frac{1}{g} \frac{\partial u}{\partial t} (L_2 - L_1) = \frac{a}{g} L \quad (3.54)$$

Уравнение неустановившегося движения в трубе согласно (3.53)

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{u_2^2}{2g} + \lambda \frac{l}{d} \frac{V_2^2}{2g} + \frac{a}{g} L \quad (3.55)$$

Данное уравнение (3.55) – основное уравнение неустановившегося движения жидкости для цилиндрической трубы.

### 3.6.2. Общие сведения и описание гидравлического удара в трубах

В конце XIX в. на Московском водопроводе происходили аварии в результате разрыва труб. Анализируя причины аварии, Н. Жуковский установил, что разрыв труб был связан с быстрым закрытием на трубопроводе задвижек, в результате этого происходило резкое уменьшение скорости перед задвижкой. Снижение скорости до нуля привело к тому, что кинетическая энергия потока воды преобразовывалась в потенциальную энергию в виде увеличения давления. В результате этого энергия затрачивалась на сжатие воды в трубе и на деформацию ее стенок.

Гидравлический удар в трубах представляет собой быстродействующий периодический процесс, обусловленный упругими деформациями жидкости

и стенок трубы. При резком закрытии задвижки (затвора) в слоях жидкости, находящихся у задвижки, повышается давление. Увеличение давления осуществляется с большей скоростью и распространяется по длине трубопровода от задвижки к его начальному сечению, создавая волну повышения давления. Упругая деформация жидкости и стенок связана непосредственно со скоростью распространения изменения давления по длине трубопровода. Скорость, с которой происходит повышение давления, называется скоростью распространения ударной волны  $C$  или скоростью распространения упругой деформации жидкости.

В результате резкого и полного закрытия затвора, находящегося в конце трубопровода, через некоторое время поперечные слои жидкости, расположенные возле него, остановятся, а затем будут последовательно останавливаться другие слои на пути к резервуару. Жидкость, обладая упругими свойствами, сжимается. Начало сжатия слоев происходит у затвора. Сечение  $n-n$  (см. рис. 3.21), выражающее торможение поперечных слоев жидкости в трубопроводе (фронт волны), будет перемещаться одновременно с повышением давления  $\Delta p$  со скоростью  $C$ , т.е. со скоростью распространения ударной волны.

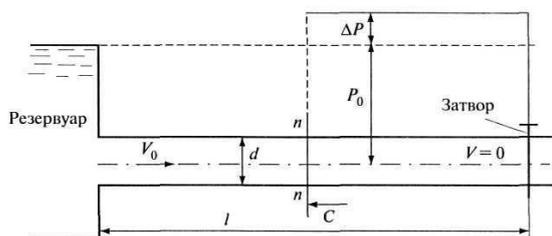


Рис. 3.21. Схема трубопровода для анализа гидравлического удара

Деформация жидкости в виде ее сжатия и повышения давления распространяется в обратную сторону начального движения потока, имеющего скорость  $V_0$ , и за время  $t$

достигнет начала трубы в резервуаре.

Первый этап гидравлического удара заканчивается, когда жидкость полностью будет сжата по всей длине трубы, стенки ее будут расширены на величину  $\Delta d$ , а повышение давления  $\Delta p$  распространяется на всю длину трубы и скорость движения жидкости снизится до нуля, т.е.  $V=0$ . Освобождающаяся часть объема трубы в результате заполнится жидкостью из резервуара. Начальная плотность жидкости  $\rho_0$  при этом изменится, и плотность ее станет равной  $\rho = \rho_0 + \Delta\rho$ .

Повышение давления, передающееся от слоя к слою по направлению к резервуару, называется прямой ударной волной. Время перемещения прямой ударной волны  $t_n = l/C$ . В результате остановки жидкости и ее сжатия в

трубопроводе давление увеличится на величину  $\Delta p$  и установится равным  $p_n + \Delta p$ . Под действием избыточного давления  $\Delta p$  жидкость будет двигаться

из трубы в резервуар. Фронт ударной волны n-n начнет перемещаться обратно к затвору со скоростью  $C$ , при этом будет происходить уменьшение давления. Таким образом, в конце второго этапа в результате упругости жидкости и стенок трубопровода жидкость будет двигаться в сторону резервуара со скоростью  $V_0$ , а давление выровняется и установится равным первоначальному  $p_0$ .

Повышение давления в трубе по направлению к затвору называется отраженной ударной волной. Время пробега отраженной ударной волны  $t_{отв} = l/C$ .

В начальный момент третьего этапа масса жидкости в трубе со скоростью  $V_0$  будет стремиться оторваться от затвора. В связи с тем, что, отрыв массы не может иметь место, произойдет резкое понижение давления в трубопроводе.

Фронт ударной волны n-n будет перемещаться в сторону резервуара со скоростью  $C$ , при этом будет происходить сжатие стенок трубы и расширение жидкости. Понижение давления происходит от слоя к слою в направлении к затвору, и оно установится  $p = p_0 - \Delta p$ . Жидкость в трубе в конце этого этапа будет находиться под пониженным давлением  $p = p_0 - \Delta p$ .

Так как давление на входе в резервуар, определяемое напором жидкости в нем, будет больше пониженного давления в трубе, то жидкость начнет перемещаться от резервуара к затвору. В конце четвертого этапа, принимая во внимание вязкость жидкости, давление в трубопроводе установится меньше начального давления  $p_0$  и начальной скорости  $V_0$ . Движение жидкости приобретает направление, как в начале гидравлического удара до момента закрытия затвора.

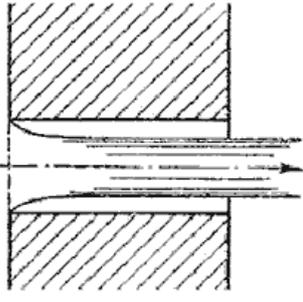
Развитие процесса гидравлического удара происходит в виде повторения этапов. Цикл гидравлического удара включает этапы процесса повышения и понижения давления в трубе. Время периода пробега прямой и отраженной ударных волн называется фазой гидравлического удара:

$$T = t_{п} + t_{от} = 2l/C \quad (3.56)$$

### **3.7. Истечение жидкости. Опорожнение резервуаров.**

#### **3.7.1. Истечение жидкости из отверстий и насадков.**



	<p>Второй режим истечения через насадок</p>	$\varepsilon = \frac{S_c}{S_0} = \left(\frac{d_c}{d_0}\right)^2$
		$v = \varphi \sqrt{2gH}$
		$H = H_0 + \frac{P_0 - P_1}{\rho g}$

Где  $\varepsilon$  – коэффициент сжатия;  $Q$  – расход жидкости;  $v$  – скорость движения жидкости;  $H$  – расчетный напор;  $\varphi$  – коэффициент скорости;  $\mu$  – коэффициент расхода

Основным вопросом, который интересует в данном случае, является определение скорости истечения и расхода жидкости для различных форм отверстий и насадков.

При истечении струи в атмосферу из малого отверстия в тонкой стенке происходит изменение формы струи по ее длине, называемое инверсией струи (рис.3.22). Обуславливается это явление в основном действием сил поверхностного натяжения на вытекающие криволинейные струйки и различными условиями сжатия по периметру отверстия. Инверсия больше всего проявляется при истечении из некруглых отверстий.

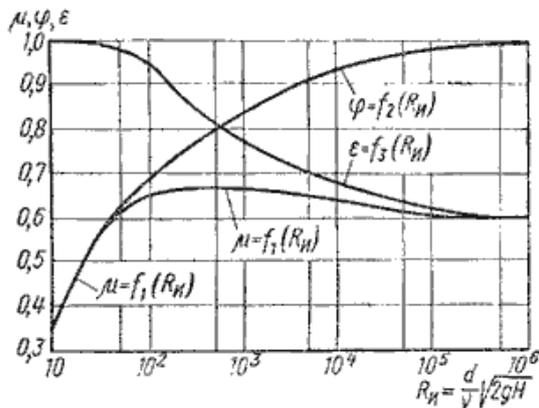


Рис.3.22. Зависимость  $\varepsilon$ ,  $\varphi$  и  $\mu$  от числа  $Re_H$

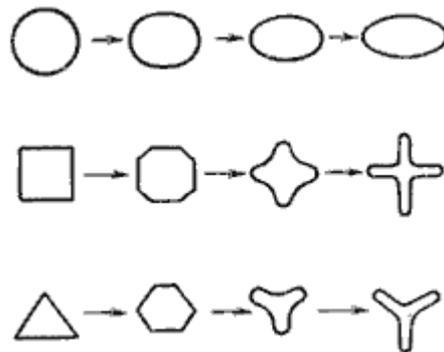


Рис.3.23 Инверсия струй

### 3.7.2. Истечения через отверстия и насадки при переменном напоре (опорожнение сосудов)

Рассмотрим случай опорожнения открытого в атмосферу сосуда при постоянно уменьшающемся напоре, при котором течение является неустановившемся (рис.3.24).

Однако если напор, следовательно, и скорость истечения изменяются медленно, то движение в каждый момент времени можно рассматривать как установившееся, и для решения задачи применить уравнение Бернулли.

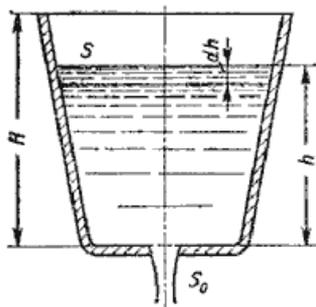


Рис.3.24. Схема опорожнения резервуара

Переменная высота уровня жидкости в сосуде –  $h$ , площадь сечения резервуара на этом уровне  $S$ , площадь отверстия  $S_0$ , и взяв бесконечно малый отрезок времени  $dt$ , можно записать следующее уравнение объемов:

$$Sdh = -Qdt \text{ или } Sdh = -\mu S_0 \sqrt{2gh} \cdot dt$$

где  $dh$  - изменение уровня жидкости за время  $dt$ .

Отсюда время полного опорожнения сосуда высотой  $H$ :  $t = -\frac{1}{\mu S_0 \sqrt{2g}} \int_{h-H}^{h-0} S \frac{dh}{\sqrt{h}}$

Для призматического сосуда  $S=\text{const}$  (рис.3.24), следовательно, время его полного опорожнения:

$$t = \frac{2SH}{\mu S_0 \sqrt{2gH}}$$

Из этого выражения следует, что время полного опорожнения призматического сосуда в два раза больше времени истечения того же объема жидкости при постоянном напоре, равном первоначальному.

## 4. Газодинамика

### 4.1. Основные свойства газов.

Давление обусловлено взаимодействием молекул рабочего тела с поверхностью и численно равно силе, действующей на единицу площади поверхности тела по нормали к последней. В соответствии с молекулярно-кинетической теорией давление газа определяется соотношением:

$$p = \frac{2}{3} n \frac{m \bar{c}^2}{2} \quad (4.1)$$

где  $n$  — число молекул в единице объема;  $m$  — масса молекулы;  $\bar{c}^2$  — средняя квадратическая скорость поступательного движения молекул.

Температурой называется физическая величина, характеризующая степень нагретости тела. Понятие о температуре вытекает из следующего утверждения: если две системы находятся в тепловом контакте, то в случае неравенства их температур они будут обмениваться теплотой друг с другом, если же их температуры равны, то теплообмена не будет.

С точки зрения молекулярно-кинетических представлений температура есть мера интенсивности теплового движения молекул. Ее численное значение связано с величиной средней кинетической энергии молекул

вещества:

$$\frac{mc^2}{2} = \frac{3}{2}kT \quad (4.2)$$

где  $k$  — постоянная Больцмана, равная  $1,380662 \cdot 10^{-23}$  Дж/К.

Удельный объем  $v$  — это объем единицы массы вещества. Если однородное тело массой  $M$  занимает объем  $V$ , то по определению:

$$v = \frac{V}{M} \quad (4.3)$$

Между удельным объемом вещества и его плотность существует очевидное соотношение:

$$v = \frac{1}{\rho} \quad (4.4)$$

Для сравнения величин, характеризующих системы в одинаковых состояниях, вводится понятие «нормальные физические условия»:  $p=760$  мм рт.ст. = 101,325 кПа;  $T=273,15$  К.

Удельный объем, температура и давление простейших систем, которыми являются газы, пары или жидкости, связаны термическим уравнением состояния вида  $f(p, v, T) = 0$ .

Уравнению состояния можно придать другую форму:  $p = f_1(v, T)$ ;  $v = f_2(p, T)$ ;  $T = f_3(p, v)$ ;

Эти уравнения показывают, что из трех основных параметров, определяющих состояние системы, независимыми являются два любых.

*Уравнение состояния идеальных газов*

Рассмотрим 1 кг газа. Учитывая, что в нем содержится  $N$  молекул и, следовательно,  $n = N/v$ , получим:  $\frac{pv}{T} = Nk = const$ .

Постоянную величину  $Nk$ , отнесенную к 1 кг газа, обозначают буквой  $R$  и называют газовой постоянной. Поэтому:

$$\frac{pv}{T} = R \text{ или } pv = RT \quad (4.5)$$

Полученное соотношение представляет собой уравнение Клапейрона. Умножив (1.3) на  $M$ , получим уравнение состояния для произвольной массы газа  $M$ :

$$pV = MRT \quad (4.6)$$

Если отнести газовую постоянную к молекулярной массе получим для уравнение Клапейрона — Менделеева для одного моля:

$$pV_\mu = \mu RT$$

Здесь  $V_\mu$  — объем киломоля газа, а  $\mu R$  — универсальная газовая постоянная.

В соответствии с законом Авогадро (1811г.) объем 1 кмоль, одинаковый в одних и тех же условиях для всех идеальных газов, при нормальных

физических условиях равен 22,4136 мЗ, поэтому:

$$\mu R = \frac{PV_{\mu}}{T} = \frac{101,325 \cdot 22,4136}{273,15} = 8314 \frac{\text{Дж}}{\text{кмоль} \cdot \text{К}}$$

Газовая постоянная 1 кг газа составляет  $R = \frac{8314}{\mu}$

Внутренняя энергия термодинамической системы включает в себя:

1. кинетическую энергию поступательного, вращательного и колебательного движения частиц;
2. потенциальную энергию взаимодействия частиц;
3. энергию электронных оболочек атомов;
4. внутриядерную энергию.

В большинстве процессов две последние составляющие остаются неизменными. Поэтому в дальнейшем под внутренней энергией будем понимать первых два. Внутренняя энергия есть функция состояния тела, то она может быть представлена в виде функции двух любых независимых параметров, определяющих это состояние:

$$u = \varphi(p, V); u = \varphi(p, T); u = \varphi(V, T);$$

Где  $\Delta u$  не зависит от характера процесса и определяется только начальным и конечным состояниями тела:

$$\Delta u = \int_1^2 du = u_2 - u_1;$$

$u_1$  — значение внутренней энергии в начальном состоянии, а  $u_2$  — в конечном.

Математически это означает, что бесконечно малое изменение внутренней энергии  $du$  есть полный дифференциал и; если выразить внутреннюю энергию в виде функции удельного объема и температуры, то

$$du = (\partial u / \partial T)_v dT + (\partial u / \partial v)_T dv.$$

Внутренняя энергия идеального газа, в котором отсутствуют силы взаимодействия между молекулами, не зависит от объема газа или давления  $(\partial u / \partial v)_T = 0$ ,  $(\partial u / \partial p)_T = 0$ , а определяется только его температурой, поэтому производная от внутренней энергии идеального газа по температуре есть полная производная:

$$(\partial u / \partial T)_p = (\partial u / \partial T)_v = \partial u / \partial T$$

Важную роль играет сумма внутренней энергии системы  $u$  и произведения давления системы  $p$  на ее объем  $V$ , называемая *энтальпией* и обозначаемая  $H$ :

$$H = U + pV \quad (4.7)$$

Энтальпия обладает свойством аддитивности. Величина  $h = u + pv$  называемая удельной энтальпией ( $h = H/M$ ), представляет собой энтальпию системы, содержащей 1 кг вещества, и измеряется в Дж/кг.

Поскольку энтальпия есть функция состояния, то она может быть представлена в виде функции двух любых параметров состояния:

$$h = \varphi_1(p, V); h = \varphi_2(p, T); h = \varphi_3(V, T);$$

а величина  $dh$  является полным дифференциалом.

Изменение энтальпии в любом процессе определяется только начальным и конечным состояниями тела и не зависит от характера процесса.

Примером изменения параметров идеального газа в равновесных процессах:

$$\frac{\delta q}{T} = \frac{c_v dT + p dv}{T} = c_v \frac{dT}{T} + R \frac{dv}{v} \quad (4.8)$$

Выражение  $\frac{\delta q}{T}$  при равновесном изменении состояния газа есть полный дифференциал некоторой функции состояния. Она называется *энтропией*, обозначается для 1 кг газа через  $s$  и измеряется в Дж/(кгК). Для произвольного количества газа энтропия, обозначаемая через  $S$ , равна  $S = Ms$  и измеряется в Дж/К.

Таким образом, аналитически энтропия определяется следующим образом:

$$ds = \frac{\delta q}{T} \quad (4.9)$$

Формула (3.4) справедлива как для идеальных газов, так и для реальных тел. Подобно любой другой функции состояния энтропия может быть представлена в виде функции любых двух параметров состояния:

$$s = \xi_1(p, V); s = \xi_2(p, T); s = \xi_3(V, T);$$

Значение энтропии для заданного состояния определяется интегрированием уравнения (3.4):

$$s = \int \frac{\delta q}{T} + S_0$$

где  $S_0$  — константа интегрирования.

Формулы, позволяющие вычислить изменение энтропии идеального газа. Для этого проинтегрируем уравнение (3.3), положив для простоты  $c_v = const$ :

$$s_2 - s_1 = c_v \ln(T_2/T_1) + R \ln(v_2/v_1) \quad (4.10)$$

Из уравнения Клапейрона, записанного для состояний 1 и 2, следует:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2 v_2}{p_1 v_1}, \quad \frac{v_2}{v_1} = \frac{p_1 T_2}{p_2 T_1}$$

После преобразований получим следующие формулы для изменения энтропии идеального газа.

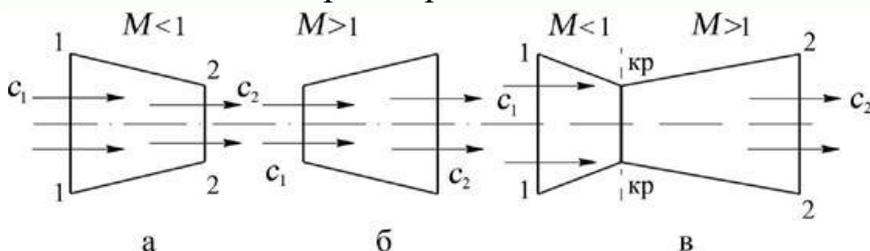
$$s_2 - s_1 = c_v \ln(p_2/p_1) + c_p \ln(v_2/v_1) \quad (4.11)$$

## 4.2. Течение газов.

Течение газа (воздуха) в элементах летательных аппаратов и силовых установок происходит часто с изменением его скорости, т.е. с разгоном или торможением потока. Изменение скорости газа всегда сопровождается изменением его основных параметров состояния.

Форма канала, необходимая для разгона и торможения газового потока

Канал, в котором скорость потока газа увеличивается, называется соплом (рис.3.1). При течении газа в сопле происходит снижение его давления ( $dp < 0$ ), температуры ( $dT < 0$ ) и плотности. Таким образом, при течении в сопле газ расширяется.



Канал, в котором происходит уменьшение скорости потока газа, называется диффузором. Торможение

Рис. 3.1. Формы каналов для разгона потока

а. канал для разгона потока до дозвуковой скорости; б. канал для разгона до сверхзвуковой скорости; в. Сопло Лаваля

потока вызывает противоположное изменение параметров газа – возрастают давление ( $dp > 0$ ), температура ( $dT > 0$ ) и плотность газа. При течении в диффузоре газ сжимается.

Если скорость потока на входе в сопло меньше скорости звука ( $M < 1$ ), то величина  $(M^2 - 1) < 0$ .

Невозможно осуществить разгон потока от дозвуковой к сверхзвуковой скорости только в суживающемся или только в расширяющемся соплах. Для этой цели необходимо применять комбинированное сопло (рис. 3.1,в), состоящее из суживающегося и расширяющегося участков. В суживающейся части такого сопла поток разгоняется до скорости, равной скорости звука, а в расширяющейся части происходит увеличение скорости сверхзвукового потока. Минимальное сечение сопла, в котором скорость потока равна местной скорости звука, принято называть критическим сечением. Такое суживающиеся – расширяющиеся сопло называются часто соплами Лаваля.

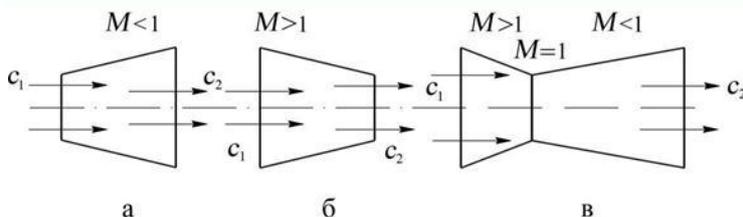


Рис. 3.2. Формы каналов для торможения потоков

а. Канал для торможения дозвукового потока; б. Канал для торможения сверхзвукового потока; в.

применяются для затормаживания потока, при изменении скорости потока происходит изменение плотности и температуры воздушного потока. Следует заметить, что реальный процесс торможения воздуха в диффузорах при сверхзвуковых скоростях потока сопровождается появлением скачков уплотнения, в которых происходит ступенчатое изменение скорости и параметров воздуха при частичной диссипации его энергии.

### 4.3. Изменение параметров потока вдоль сопла Лавала

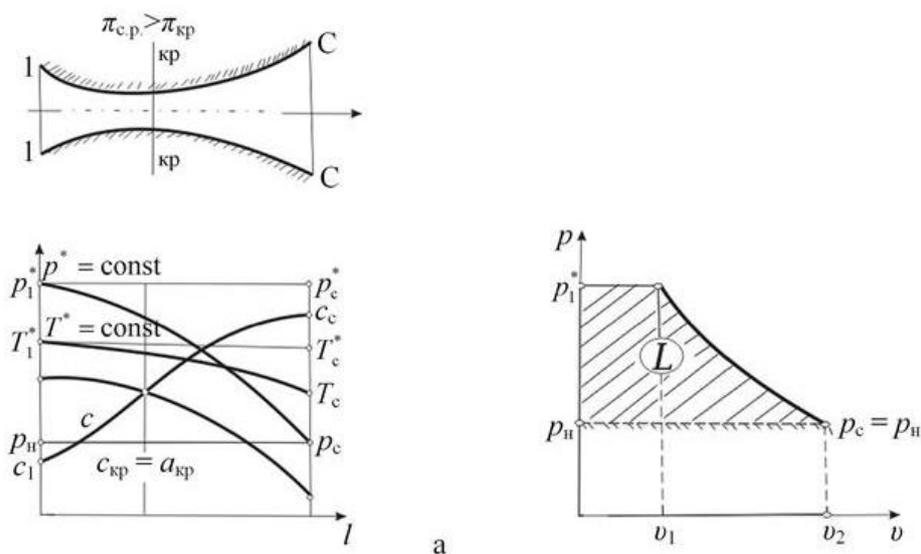
При идеальном энергоизолированном течении газа параметры потока изменяются вдоль сопла Лавала так, как показано на рис. 3.3. В суживающейся части сопла поток разгоняется до скорости звука, которая достигается в критическом (минимальном) сечении сопла. В расширяющейся части сопла происходит разгон сверхзвукового потока. Скорость газа вдоль сопла монотонно растёт, а давление и температура падают. При этом в сопле Лавала, как и в суживающемся сопле, при отсутствии трения и теплообмена со стенками температура и давление заторможенного потока будут постоянными ( $T^* = \text{const}$ ,  $p^* = \text{const}$ ) вдоль сопла.

Важной характеристикой сопла Лавала является относительная площадь выходного сечения (геометрическая степень расширения) сопла:

$$\vec{F}_c = F_c / F_{кр}$$

Из уравнения неразрывности, записанного для критического и выходного сечений, следует:

$$\vec{F}_c = \frac{c_{кр} \rho_{кр}}{c_c \rho_c} = \frac{1}{q(\lambda_c)} \quad (4.12)$$



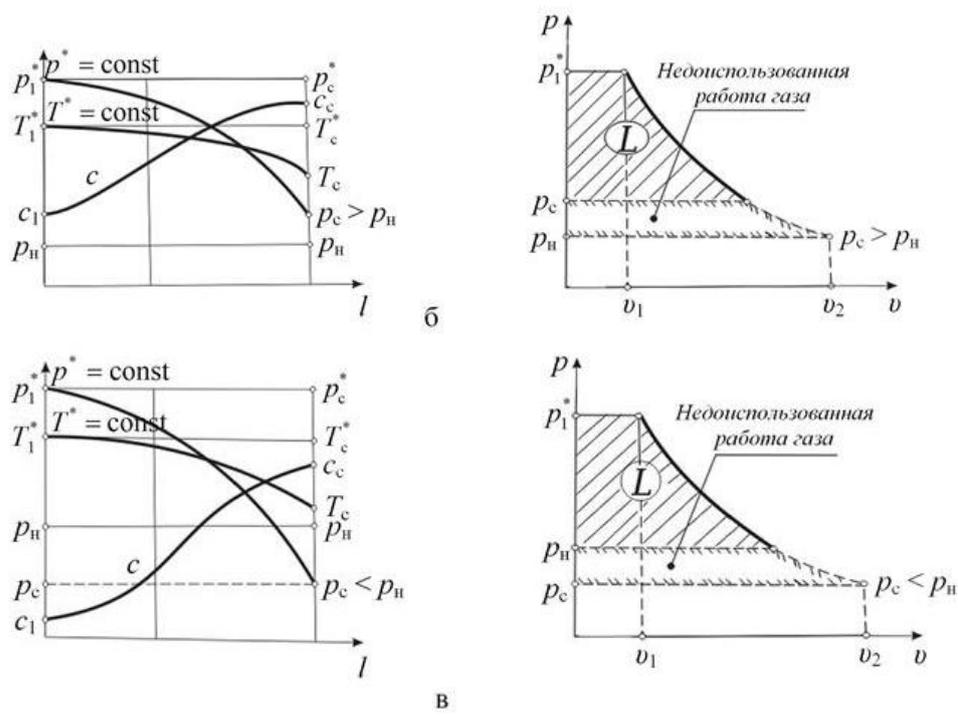


Рис.3.3. Режимы течения в сверхзвуковом сопле: а – расчётный режим, б – режим с недорасширением, в – режим с перерасширением

При заданной величине показателя адиабаты к существует однозначная связь между относительной плотностью тока  $q(\lambda)$  и остальными газодинамическими функциями  $M$ ,  $\lambda$ ,  $\tau(\lambda)$ ,  $\pi(\lambda)$ ,  $\varepsilon(\lambda)$ , определяющим и при заданных

значениях  $p_i^*$  и  $T_i^*$  параметры потока в рассматриваемом произвольном сечении сопла. Таким образом, если известен закон профилирования сопла Лаваля, т. е. изменение площади проходных сечений по длине сопла, то это позволяет определить изменение относительной плотности тока  $q(\lambda)$  и остальных газодинамических функций, а соответственно и всех параметров потока, вдоль сопла.

**Министерство образования и науки Российской Федерации**  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего профессионального образования  
Донской государственный технический университет

Расчетно-графическая работа по дисциплине  
«Гидрогазодинамика»

Учебно-методическое пособие

**Ростов-на-Дону**

2016

Составители: к. т. н., ст. преподаватель М.С. Килина

Расчет разветвленного трубопровода, расчет короткого трубопровода и газодинамический расчет сопла Лавалья: Метод. указания и задания по выполнению расчетно-графической и контрольной работы для студентов по направлению 280700 «Техносферная безопасность» и 200301 «Безопасность технологических процессов и производств»/ ДГТУ. Ростов н/Д, 2016, 18с.

Даны необходимые методические указания и задания по выполнению расчетно-графической и контрольной работы по дисциплине «Гидрогазодинамика».

Для всех форм обучения, включая дневную, сокращенную, заочную и дистанционную.

Научный редактор:  
к. т. н., доцент А.В. Кожухова

**Донской государственный технический**  
университет, 2016

## 1. Цель работы

Цель выполнения расчетно-графической работы по курсу «Гидрогазодинамика» является закрепление теоретических и практических знаний полученных студентами в процессе изучения курса дисциплины.

Для выполнения данной работы студент должен обладать умением работы с технической литературой, справочной литературой, знать требования, предъявляемые к оформлению технической документации, обладать теоретическими знаниями, а также уметь анализировать расчеты и принимать обоснованные решения.

## 2. Состав и содержание пояснительной записки.

- Титульный лист с указанием группы, названием работы

- Лист задания, должен содержать тему работы, исходные данные, включающие: длины трубопроводов, давления в гидроцилиндрах и расходы жидкости, номер варианта в соответствии с последними тремя цифрами зачетной книжки (данные для выполнения работы приведены в приложении А).

- Пояснительная записка. Общие требования к выполнению текстовых документов устанавливает ГОСТ 2.105-95. К текстовым конструкторским документам относятся пояснительные записки, технические условия, паспорта, расчеты, инструкции и т.п. Работа оформляется на листах формата А4 и брошюруется в обложку. На лицевой стороне обложки оформляется титульный лист, на первом листе текстовой части записки, размещается содержание, далее пояснительная записка с содержащимися в ней рисунками.

Текст документа при необходимости разделяют на разделы и подразделы. Разделы должны иметь порядковые номера в пределах всего документа, обозначенные арабскими цифрами. Подразделы должны иметь нумерацию в пределах каждого раздела. Разделы, как и подразделы, могут состоять из одного или нескольких пунктов. Разделы и подразделы должны иметь заголовки. Пункты, как правило, заголовков не имеют. Заголовки должны четко и кратко отражать содержание разделов и подразделов. Их следует печатать с прописной буквы без точки в конце, не подчеркивая. Переносы слов в заголовках не допускаются. Текст документа должен быть кратким, четким и однозначным. В текстовых документах следует применять термины и определения, наименования и обозначения физических величин и их единицы, установленные стандартами. Сокращение слов в тексте не допускается, за исключением общепринятых в русском языке.

Пояснительную записку выполняют рукописным способом чернилами на одной стороне листа писчей бумаги формата А4 (210x297мм) либо с

применением компьютера. Высота букв и цифр должна быть не менее 2,5 мм. Страницы должны иметь стандартную рамку. Расстояние от верхней или нижней строки текста до верхней или нижней рамки должно быть не менее 10 мм. Расстояние от рамки до границ текста в начале и в конце строк – не менее 3 мм. Пояснительная записка должна содержать три части, при этом оформляется общий титульный лист (являющийся первым листом записки), содержание, являющиеся первым листом (с большим штампом), введение, далее каждый раздел, содержащий расчетную часть, расчетную схему и исходные данные, заключение, список литературы.

### 3. Этапы выполнения работы.

В первой части производится гидравлический расчет разветвленного трубопровода, подбирается насос, строится пьезометрический график.

Во второй части производится гидравлический расчет короткого трубопровода.

В третьей части производится газодинамический расчет сопла Лаваля.

### Список рекомендуемой литературы

1. Б.В. Ухин; Гидравлика, Форум; 2009г.
2. Л.Г. Лойцянский; Механика жидкости и газа; Академкнига, 2003г.
3. В.А. Киррилин, В.В. Сычѳв, А.Е. Шейдлин; Техническая термодинамика; МЭИ, 2008 г.
4. О.М. Рабинович Сборник задач по технической термодинамике. М., «Машиностроение», 1973 г.
5. Теплотехнический справочник. Под общ. Редакцией В.Н. Юрѳенева и П.Д. Лебедева. В 2-х томах. М., «Энергия», 1976 г.

# 1. ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ РАЗВЕТВЛЕННОГО ТРУБОПРОВОДА.

1. Для расчета параметров разветвленного водопроводного трубопровода требуется в первую очередь определение расходов на каждом участке трубопровода. Участок 1-2-3-4-5-6-7 основная магистраль, участки 3-8, 4-12, 5-9-10-11, 6-13 ответвления. Для определения таких параметров как диаметр трубопровода, определяем расход жидкости на каждом участке. Схема трубопровода (рис.1) и исходные данные для расчета приведены в приложении А.

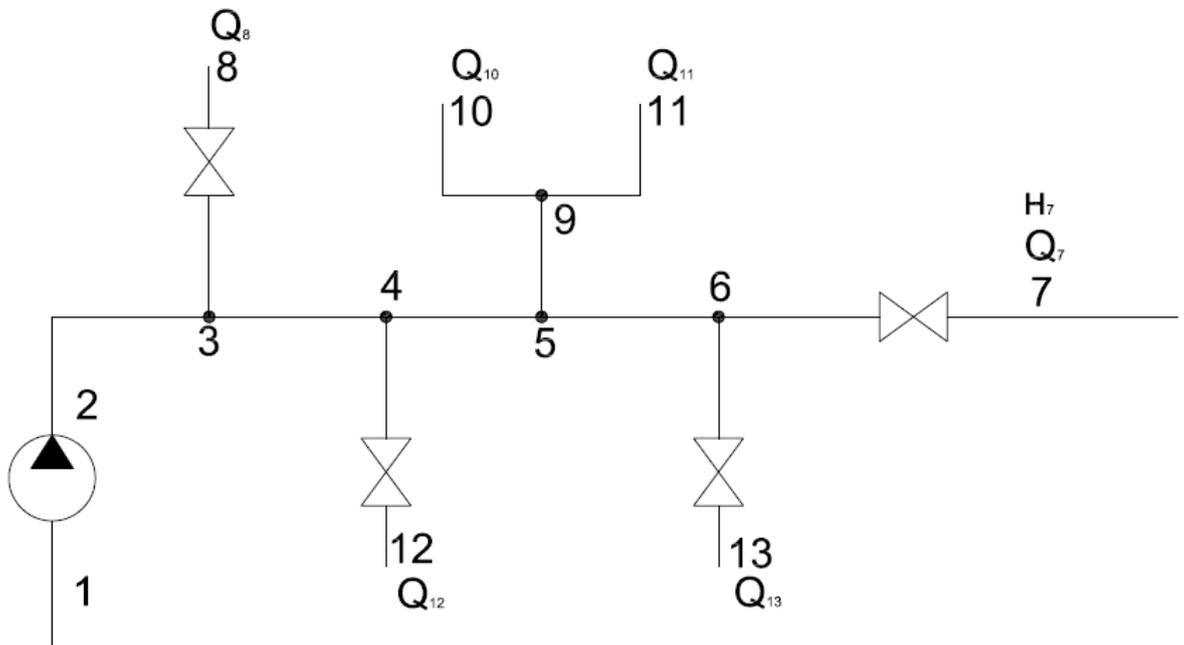


Рис.1. Схема трубопровода

2. Определяем диаметры участков трубопровода.

Определяем диаметры на каждом участке трубопровода по формуле 1.1 с учетом расходов на каждом участке.

$$D = 2 * \sqrt{\frac{Q}{\pi \cdot V_{\max}}}, \quad (1.1)$$

где  $Q$  – расход жидкости на рассматриваемом участке трубопровода;  
 $V_{\max}$  – максимально допустимая скорость жидкости в трубопроводе.



$$\Delta h_l = \lambda \frac{l}{d} \frac{V^2}{2g}, \quad (1.4)$$

Где  $\gamma$  - удельный вес рабочей жидкости;  $\lambda$  - коэффициент гидравлического трения;  $d$  и  $l$  - диаметр и длина участка трубопровода;  $V$  - фактическая скорость жидкости на участке трубопровода.

Для вычисления коэффициента гидравлического сопротивления  $\lambda$  необходимо определить режим движения жидкости по числу Рейнольдса. Число Рейнольдса определяется по формуле:

$$Re = \frac{Vd}{\nu}, \quad (1.5)$$

где  $\nu$  - коэффициент кинематической вязкости рабочей жидкости.

При  $Re \leq Re_{кр}$ , режим движения жидкости на данном участке – ламинарный и коэффициент гидравлического сопротивления определяется по формуле

$$\lambda = \frac{64}{Re} \quad (1.6)$$

Если  $Re > Re_{кр}$ , то режим движения рабочей жидкости на данном участке – турбулентный и для гидравлически гладких труб  $\lambda$  определяется по формуле Блазиуса:

$$\lambda = \frac{0,3164}{\sqrt[4]{Re}} \quad (1.7)$$

Критическое значение числа Рейнольдса для трубопровода круглого поперечного сечения принять 2320.

Результаты расчетов свести в таблицу 1.2.

Таблица 1.2

Линейные гидравлические потери

№ уч.	Расход жидкости (л/с)	Длина трубопровода (м)	Расчетный диаметр (мм)	Диаметр (в соответствии с ГОСТ) (мм)	Расчетная скорость движения жидкости (м/с)	Местные потери напора (м)	Число Рейнольдса	Коэффициент $\lambda$	Линейные потери (м)	Суммарные линейные потери в гидросистеме (МПа)

6. Построение пьезометрической линии, определение напора насоса графическим способом

Составляем уравнение Бернулли для участков гидролиний:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = z_i + \frac{p_i}{\gamma} + \alpha_i \frac{V_i^2}{2g} + \sum h \quad (1.9)$$

Сумма трех членов является полным напором рассматриваемом участке:

$$z + \frac{p}{\gamma} + \alpha \frac{V^2}{2g} = H \quad (1.10)$$

Полный напор на участке в точке установки насоса равен напору создаваемому насосом, установленным в системе.

Для построения пьезометрической линии рассмотрим участок основной магистрали, полные напоры определяются исходя из следующих выражений:

$$\text{для сечения 2: } -H_2 = H_1 - \sum h_{(1-2)},$$

$$\text{для сечения 3: } -H_3 = H_2 - \sum h_{(2-3)} \text{ и т.д.} \quad (1.11)$$

$$\text{для участка n: } -H_n = H_{n-1} - \sum h_{((n-1)-n)}.$$

Так как общий запас удельной энергии вдоль потока непрерывно уменьшается, то линия полного напора понижается, а в местах установки местных гидравлических сопротивлений (тройники, повороты, разделение потоков и т.д.) она снижается скачком.

На основании расчетных данных строим линию полного напора и линию удельной потенциальной энергии. Пример построения приведен на рис. 2.

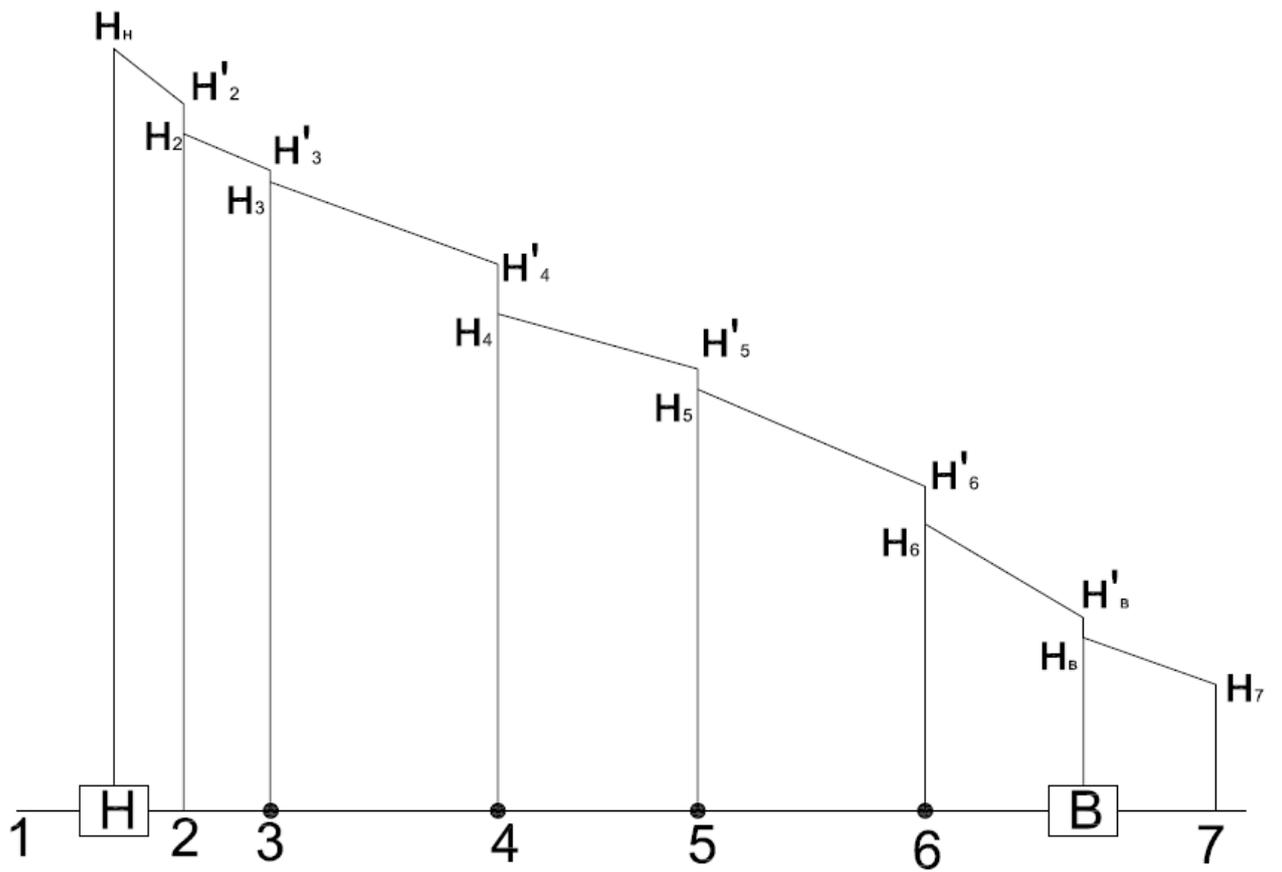


Рис. 1.2. Линия полного напора и линия удельной потенциальной энергии.

## 2. ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ КОРОТКОГО ТРУБОПРОВОДА.

Требуется определить является ли данный трубопровод коротким.

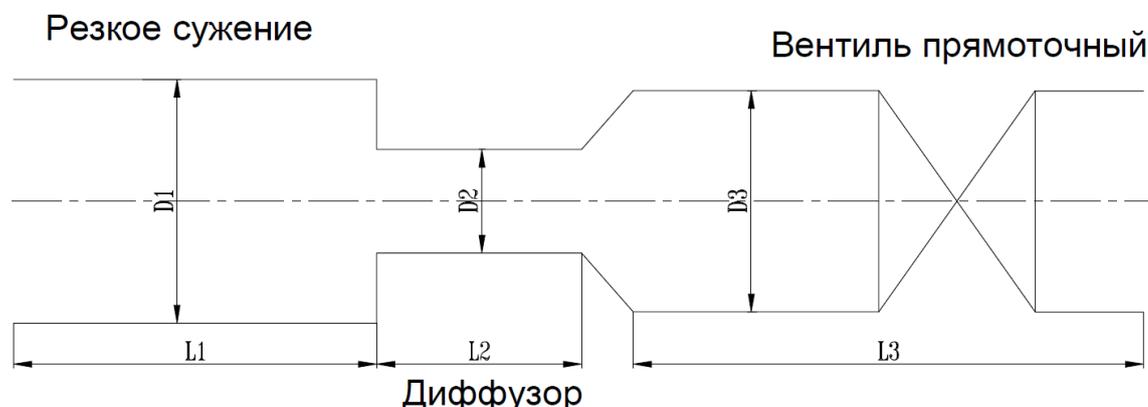
В практике трубопроводы делятся на короткие и длинные. К коротким трубопроводам относятся все трубопроводы, в которых местные потери напора превышают 5...10% потерь напора по длине.

Т.е должно выполняться следующее неравенство:

$$\sum h_m > \sum h_l \quad (2.1)$$

Где:  $\sum h_m$  - суммарные местные потери напора;  $\sum h_l$  - суммарные линейные потери напора

### 2.1 Изображение схемы трубопровода



2.2. Определяем местные потери напора на каждом участке по формуле.

$$h_m = \zeta \frac{V^2}{2g}$$

где  $\zeta$  - коэффициент данного местного сопротивления (Приложение 1).

2.3. Определяем линейные напора по формуле 2.2.

$$h_l = \lambda \frac{l}{d} \frac{V^2}{2g}, \quad (2.2)$$

Где:  $\lambda$  - коэффициент гидравлического трения;  $d$  и  $l$  - диаметр и длина участка гидрوليнии;  $V$  - средняя скорость жидкости на участке гидрوليнии.

Для вычисления коэффициента гидравлического сопротивления  $\lambda$  необходимо определить режим движения жидкости по числу Рейнольдса. Число Рейнольдса определяется по формуле 2.3:

$$Re = \frac{Vd}{\nu}, \quad (2.3)$$

Где  $\nu$  - коэффициент кинематической вязкости рабочей жидкости;  $V$  -

скорость движения жидкости на участке трубопровода;

$$V = \frac{m}{\rho \cdot F}$$

Где  $m$  – масса рабочей жидкости;  $\rho$  – плотность рабочей жидкости;  $F$  – площадь рассматриваемого сечения

В зависимости от числа Рейнольдса определяем режим движения жидкости в трубопроводе.

При ламинарном режиме движения жидкости, т.е при  $Re < 2320$  коэффициент гидравлического сопротивления  $\lambda$  определяется по формуле 2.4:

$$\lambda = \frac{64}{Re} \quad (2.4)$$

При переходном режиме, т.е при  $2320 \leq Re \leq 4000$  коэффициент гидравлического сопротивления  $\lambda$  определяется по формуле 2.5:

$$\lambda = 1.47 \cdot 10^{-5} \cdot Re \quad (2.5)$$

При турбулентном режиме:

А. Область гладких труб при  $4000 \leq Re \leq 10^3$  коэффициент гидравлического сопротивления определяется по формуле Блазиуса (2.6):

$$\lambda = \frac{0,3164}{\sqrt[4]{Re}} \quad (2.6)$$

Б. Область доквадратичного сопротивления при  $10^3 \leq Re \leq 10^6$  определяется по формуле Альтшуля (2.7).

С увеличением числа  $Re$  ламинарная пленка становится тоньше, неровности начинают выступать сильнее, труба становится гидравлически шероховатой.

$$\lambda = 0,11 \left( \frac{68}{Re} + \frac{\Delta_s}{d} \right)^{0,25} \quad (2.7)$$

Где  $\Delta_s$  – абсолютная шероховатость стенок трубы. Выбирается в соответствии с материалом стенок трубы (Приложение 1).

С. Область квадратичного сопротивления при  $10^6 \leq Re$ .

В рассматриваемой области ламинарный подслой ничтожно мал, так как выступы шероховатости взаимодействуют непосредственно с турбулентным ядром. Коэффициент гидравлического сопротивления в этом случае вычисляется по формуле Шифринсона (2.8).

$$\lambda = 0,11 \left( \frac{\Delta_s}{d} \right)^{0,25} \quad (2.8)$$

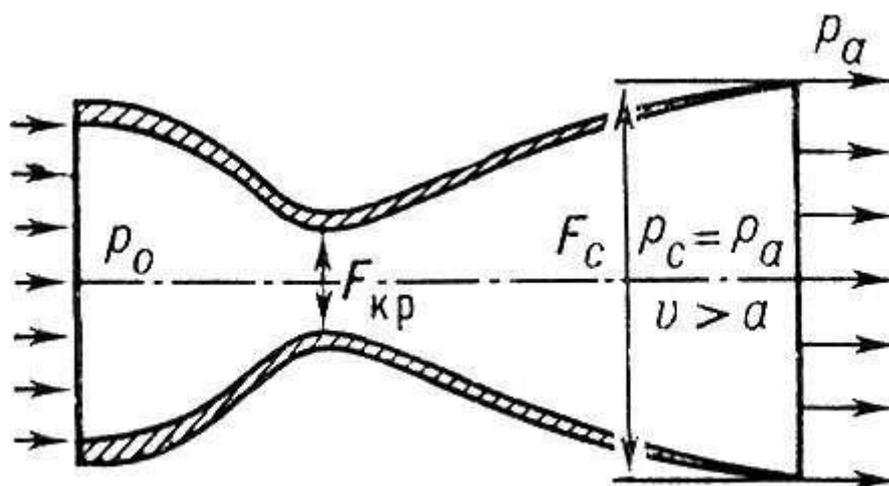
Где  $\Delta_s$  – абсолютная шероховатость стенок трубы. Выбирается в соответствии с материалом стенок трубы (Приложение 1).

### 3. РАСЧЕТ СОПЛА ЛАВАЛЯ

#### 3.1. Краткая теория.

Сопло Лавалья – техническое приспособление, которое служит для ускорения газового потока проходящего по нему до скоростей, превышающих скорость звука. Широко используется на некоторых типах паровых турбин и является важной частью современных ракетных двигателей и сверхзвуковых реактивных авиационных двигателей.

Сопло представляет собой канал, суженный в середине. В простейшем случае такое сопло может состоять из пары усеченных конусов, сопряжённых узкими концами. Эффективные сопла современных ракетных двигателей профилируются на основании специальных газодинамических расчётов.



Сопло было предложено в 1890 г. шведским изобретателем Густафом де Лавалем для паровых турбин. В ракетном двигателе сопло Лавалья впервые было использовано генералом М. М. Поморцевым в 1915 г.

Феномен ускорения газа до сверхзвуковых скоростей в сопле Лавалья был обнаружен в конце XIX в. экспериментальным путём. Позже это явление нашло теоретическое объяснение в рамках газовой динамики.

При анализе течения газа в сопле Лавалья принимаются следующие допущения:

– газ считается идеальным.

– газовый поток является изоэнтропным (то есть имеет постоянную энтропию, силы трения и диссипативные потери не учитываются) и адиабатическим (то есть теплота не подводится и не отводится).

– газовое течение является стационарным и одномерным, то есть в любой фиксированной точке сопла все параметры потока постоянны во времени и меняются только вдоль оси сопла, причём во всех точках

выбранного поперечного сечения параметры потока одинаковы, а вектор скорости газа всюду параллелен оси симметрии сопла.

- массовый расход газа одинаков во всех поперечных сечениях потока.
- влиянием всех внешних сил и полей (в том числе гравитационного) пренебрегается.

- ось симметрии сопла является пространственной координатой.

На входе в сопло поток движется с дозвуковой скоростью. В критическом сечении скорость потока достигает скорости звука  $a$ , называемой критической скоростью звука. Отношение скорости  $v$  к критической скорости  $a$  называют коэффициентом скорости

$$\lambda = \frac{v}{a}; \quad (3.1)$$

Отношение площадей, занятых невязким ядром в критическом и анализируемом сечениях, представляет собой газодинамическую функцию  $q(\lambda)$ :

$$q(\lambda) = \left[ \frac{d_{кр} - 2\delta''_{кр}}{d - 2\delta''} \right]^2; \quad (3.2)$$

где  $d_{кр}$ ,  $d$  – диаметры критического и анализируемого сечений соответственно, мм;

$\delta''_{кр}$ ,  $\delta''$  – толщина вытеснения пограничного слоя критического и анализируемого сечений соответственно, мм.

При расчете функций  $q(\lambda)$  в первом приближении величины  $\delta''_{кр}$ ,  $\delta''$  – принимают равным 0, а в последующих приближениях их значения определяются из расчета пограничного слоя.

Максимальное значение, равное 1 функция  $q(\lambda)$  принимает в критическом сечении. В этом же сечении коэффициент скорости  $\lambda$  равна 1.

Связь между функцией  $q(\lambda)$  и коэффициентом скорости  $\lambda$  выражается соотношением:

$$q(\lambda) = \left( \frac{k+1}{2} \right)^{\frac{1}{k-1}} \left( 1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2 \right)^{\frac{1}{k-1}} \lambda; \quad (3.3)$$

где  $k$  – показатель адиабаты (для воздуха  $k=1,4$ , для продуктов сгорания  $k=1,33$ ).

Получить точное аналитическое решение уравнения (3.3) невозможно. Искомое решение может быть найдено методом последовательных приближений.

Суть метода состоит в замене уравнения вида  $f(x) = 0$  эквивалентным уравнением  $x = f(x)$ .

Переход от уравнения (3.3) к эквивалентному уравнению может быть выполнено двумя способами:

$$\lambda = \frac{q(\lambda)}{\left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{1}{k-1}} \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2\right)^{\frac{1}{k-1}}}; \quad (3.4)$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{k+1}{k-1} \left[1 - \frac{q(\lambda)^{2-1}}{\left(\frac{k+1}{2}\right) \lambda^{k-1}}\right]}; \quad (3.5)$$

Корень в уравнении (3.4) или (3.5) отыскивается методом последовательных итераций с многократным использованием итерационной формулы:

$$\lambda_{n+1} = f(\lambda_n) \quad (3.6)$$

где  $\lambda_n$  – первое приближение.

Итерационный процесс сходится, если  $\lambda_n \rightarrow \bar{\lambda}$  при  $n \rightarrow \infty$ .

Итерационный процесс заканчивают при достижении условия:

$$|\lambda_i - \lambda_{i+1}| \leq \varepsilon$$

где  $\varepsilon$  – заданная погрешность вычислений.

В сужающейся части сопла Лавалья, где поток движется с дозвуковой скоростью, а коэффициент скорости  $\lambda$  принимает значения меньше 1, сходимость решения обеспечивает уравнения (3.4). В расширяющейся части сопла Лавалья, где поток движется со сверхзвуковой скоростью, а коэффициент скорости  $\lambda$  принимает значения больше 1, сходимость решения обеспечивает уравнение (3.5). По найденному значению коэффициента скорости для данного сечения сопла Лавалья рассчитывают газодинамические функции:

$$\pi(\lambda) = \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2\right)^{\frac{k}{k-1}}; \quad (3.7)$$

$$\tau(\lambda) = 1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2; \quad (3.8)$$

$$\varepsilon(\lambda) = \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2\right)^{\frac{1}{k-1}}; \quad (3.9)$$

Критическая скорость  $a_{кр}$  равна:

$$a_{кр} = \sqrt{\frac{k}{k+1} RT}; \quad (3.10)$$

где  $R$  – газовая постоянная;  $T$  - температура заторможенного потока, К.  
Газовая постоянная 1 кг рабочего тела равна:

$$R = \frac{8314}{\mu}; \quad (3.11)$$

Где  $\mu$ - молярная масса рабочего тела. Для воздуха  $\mu = 29$  кг/кмоль.

Массовый расход рабочего тела в анализируемом сечении сопла рассчитывается по формуле:

$$G = \frac{m F p q(\lambda)}{\sqrt{T}}; \quad (3.12)$$

где  $F = \pi(d - 2\delta)^2 / 4$  - площадь сечения потенциального ядра, м<sup>2</sup>;

Входящий в уравнение (3.12) коэффициент  $m$  определяют по выражению:

$$m = \sqrt{\frac{k}{R} \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{k-1}}}; \quad (3.13)$$

Абсолютные значения скорости в ядре потока, его давление, температура и плотность определяют по выражениям:

$$\begin{aligned} v &= \lambda a_{кр}; p = p' \pi(\lambda); \\ T &= T' \tau(\lambda); \rho = \rho' \varepsilon(\lambda); \end{aligned} \quad (3.14)$$

Найденные значения параметров могут быть использованы при расчете пограничного слоя в качестве граничных условий на его внешней границе.

## 3.2. Порядок расчета.

3.2.1. По рассчитанным размерам на листе формата А4 изобразить профиль сопла Лавали. В сужающейся и расширяющейся частях сопла выделить 3...5 расчетных сечений. Измерить параметры расчетных сечений.

3.2.2. По выражению (3.2) определить газодинамическую функцию  $q(\lambda)$ . Толщины пограничного слоя  $\delta'_{кр}$  и  $\delta'$  принять равным 0.

3.2.3. Определить коэффициент скорости  $\lambda$  в сужающейся части сопла по выражению (3.4) методом последовательных итераций. Первоначальное приближение выбрать менее 1. Итерационный процесс заканчивают при достижении погрешности вычислений  $\varepsilon = 0,001$ .

3.2.4. Определить коэффициент скорости  $\lambda$  в расширяющейся части сопла по выражению (3.5) методом последовательных итераций. Первоначальное приближение выбрать больше 1. Итерационный процесс заканчивают при достижении погрешности вычислений  $\varepsilon = 0,001$ .

3.2.5. Определить газодинамические функции для расчетных сечений по выражениям (7) – (9).

3.2.6. Определить критическую скорость по выражению (3.10).

3.2.7. Определить массовый расход рабочего тела для расчетных сечений по выражению (3.12).

3.2.8. Определить для расчетных сечений абсолютные значения скорости  $v$ , давления  $p$  и температуры  $T$  по выражениям (3.14).

3.2.9. Данные расчета сводим в таблицу 3.1.

Сеч.	d, мм	q( $\lambda$ )	$\lambda$	$\pi(\lambda)$	$\tau(\lambda)$	$\varepsilon(\lambda)$	F, мм <sup>2</sup>	v, м/с	P, МПа	T, К°
1										
2										

3.2.10. Построить графики изменения скорости  $v$ , давления  $p$  и температуры  $T$  по длине сопла Лавая.

### Вариант 1.

Исходные данные для расчета разветвленного трубопровода:

Где  $n$  – 2 последние цифры зачетки

$$Q_8=120+0.5n \text{ (л/с)}; Q_{10}=120+0.9n \text{ (л/с)}; Q_{11}=250+0.75n \text{ (л/с)};$$

$$Q_{12}=180+0.5n \text{ (л/с)}; Q_{13}=220+0.6n \text{ (л/с)}; Q_7=190+0.5n \text{ (л/с)};$$

$$L_1=10+0.8n \text{ (м)}; L_2=20+0.5n \text{ (м)}; L_3=250+2n \text{ (м)}; L_4=180+0.9n \text{ (м)};$$

$$L_5=150+0.6n \text{ (м)}; L_6=220+0.6n \text{ (м)}; L_7=300+0.8n \text{ (м)}; L_8=180+1.1n \text{ (м)};$$

$$L_9=50+0.69n \text{ (м)}; L_{10}=150+0.9n \text{ (м)}; L_{11}=150+0.9n \text{ (м)}; L_{12}=180+0.85n \text{ (м)};$$

$$L_{13}=280+0.55n;$$

$$V_{\max}=5\text{м/с}; H_7=50+1.5n \text{ (м)}; \nu=0.659 \cdot 10^{-6} \text{ (м}^2\text{/с)}$$

Рабочая жидкость – вода.

Исходные данные для расчета короткого трубопровода:

$m=150+0.5n$  (кг/с);  $T=300+1.2n$  (К); жидкость – масло авиационное;  
материал трубы – стекло;  $D_1=0,8+0.001n$  (м);  $D_2=0,3+0.01n$  (м);  
 $D_3=0,42+0.001n$  (м);  $L_1=1+0.05n$  (м);  $L_2=0.9+0.05n$  (м);  $L_3=1.1+0.05n$  (м).

Исходные данные для расчета сопла Лаваля:

$d_{\text{кр}}=10+0.9n$  (мм);  $D=(2+0.06n) d_{\text{кр}}$  (мм);  $L=(0.5+0.05n)D+(1+0.02n)D$   
(мм);

$$r_1=0.4D \text{ (мм)}; r_2=0.5 d_{\text{кр}} \text{ (мм)}; \theta_1=(30+0.2n)^\circ;$$

$$\theta_2=10^\circ; p'=(2+0.1n)\text{МПа}; T'=(500+14n)\text{К}$$

### Вариант 2.

Исходные данные для расчета разветвленного трубопровода:

Где  $n$  – 2 последние цифры зачетки

$$Q_8=130+0.5n \text{ (л/с)}; Q_{10}=140+0.9n \text{ (л/с)}; Q_{11}=350+0.75n \text{ (л/с)};$$

$$Q_{12}=250+0.5n \text{ (л/с)}; Q_{13}=270+0.6n \text{ (л/с)}; Q_7=220+0.5n \text{ (л/с)};$$

$$L_1=50+0.8n \text{ (м)}; L_2=40+0.5n \text{ (м)}; L_3=300+2n \text{ (м)}; L_4=210+0.9n \text{ (м)};$$

$$L_5=180+0.6n \text{ (м)}; L_6=280+0.6n \text{ (м)}; L_7=320+0.8n \text{ (м)}; L_8=160+1.1n \text{ (м)};$$

$$L_9=80+0.69n \text{ (м)}; L_{10}=170+0.9n \text{ (м)}; L_{11}=250+0.9n \text{ (м)}; L_{12}=200+0.85n \text{ (м)};$$

$$L_{13}=310+0.55n;$$

$$V_{\max}=4\text{м/с}; H_7=60+1.5n \text{ (м)}; \nu=0.659 \cdot 10^{-6} \text{ (м}^2\text{/с)}$$

Рабочая жидкость – вода.

Исходные данные для расчета короткого трубопровода:

$m=175+0.5n$  (кг/с);  $T=350+1.2n$  (К); жидкость – масло трансформаторное; материал трубы – сталь;  $D_1=0,8+0.003n$  (м);  $D_2=0,3+0.03n$  (м);  
 $D_3=0,42+0.003n$  (м);  $L_1=1+0.07n$  (м);  $L_2=0.9+0.07n$  (м);  $L_3=1.1+0.07n$  (м).

Исходные данные для расчета сопла Лавалья:

$d_{кр}=15+0.9n$  (мм);  $D=(3+0.06n) d_{кр}$  (мм);  $L=(0.6+0.05n)D+(1.1+0.02n)D$  (мм);

$r_1=0.45D$  (мм);  $r_2=0.6 d_{кр}$  (мм);  $\theta_1=(35+0.2n)^\circ$ ;

$\theta_2=12^\circ$ ;  $p'=(3+0.1n)$ МПа;  $T'=(550+14n)$ К

Вариант 3.

Исходные данные для расчета разветвленного трубопровода:

Где  $n$  – 2 последние цифры зачетки

$Q_8=140+0.5n$  (л/с);  $Q_{10}=150+0.9n$  (л/с);  $Q_{11}=380+0.75n$  (л/с);

$Q_{12}=290+0.5n$  (л/с);  $Q_{13}=290+0.6n$  (л/с);  $Q_7=280+0.5n$  (л/с);

$L_1=45+0.8n$  (м);  $L_2=60+0.5n$  (м);  $L_3=290+2n$  (м);  $L_4=230+0.9n$  (м);

$L_5=190+0.6n$  (м);  $L_6=290+0.6n$  (м);  $L_7=330+0.8n$  (м);  $L_8=170+1.1n$  (м);

$L_9=90+0.69n$  (м);  $L_{10}=175+0.9n$  (м);  $L_{11}=260+0.9n$  (м);  $L_{12}=210+0.85n$  (м);

$L_{13}=315+0.55n$ ;

$V_{max}=7$ м/с;  $H_7=65+1.5n$  (м);  $v=0.659 \cdot 10^{-6}$  (м<sup>2</sup>/с)

Рабочая жидкость – вода.

Исходные данные для расчета короткого трубопровода:

$m=190+0.5n$  (кг/с);  $T=355+1.2n$  (К); жидкость – масло промышленное; материал трубы – чугун;  $D_1=0,8+0.007n$  (м);  $D_2=0,3+0.07n$  (м);  $D_3=0,42+0.007n$  (м);  $L_1=1+0.07n$  (м);  $L_2=0.9+0.07n$  (м);  $L_3=1.1+0.07n$  (м).

Исходные данные для расчета сопла Лавалья:

$d_{кр}=17+0.9n$  (мм);  $D=(4+0.06n) d_{кр}$  (мм);  $L=(0.7+0.05n)D+(1.2+0.02n)D$  (мм);

$r_1=0.5D$  (мм);  $r_2=0.65 d_{кр}$  (мм);  $\theta_1=(40+0.2n)^\circ$ ;

$\theta_2=13^\circ$ ;  $p'=(4+0.1n)$ МПа;  $T'=(560+14n)$ К